



ент трения частицы о плоскость, тем выше скорость выхода ее с полки 1. Наклон плоскости должен обеспечивать непрерывное движение частиц, что накладывает определенные ограничения на угол  $\beta$ . Угол наклона полки  $\beta$  должен быть больше наибольшего из возможных значений углов трения для частиц обогащаемого материала с различным содержанием полезного компонента.

Криволинейный трамплин 2 обеспечивает вторую стадию подготовки к разделению частиц с различными коэффициентами трения. Сила трения на этом участке меняется в зависимости от места нахождения частицы, так как в различных точках вогнутой траектории нормальное давление частицы на криволинейную поверхность различное. Следовательно, при выходе частиц на участок свободного полета они имеют существенно различные скорости, а вылет частиц происходит по настильным траекториям. Таким образом, образуется веер разделения, благодаря которому возможно формирование продуктов частиц с различным содержанием полезного компонента.

На третьей стадии разделение исходных материалов происходит за счет воздействия направленного аэродинамического потока воздуха, создаваемого радиальными вентиляторами, встроенными в торцы вращающегося барабана.

Для частиц средней части веера в БПФСА предусмотрена четвертая стадия разделения. На обечайке вращающегося барабана 3 разделение частиц исходного сырья происходит вследствие различия их коэффициентов восстановления при ударе об нее. Поскольку поверхность обечайки вращающегося барабана 3 шероховатая, то в точке контакта с ней на частицу кроме нормальной реакции действует еще и сила трения, направленная в сторону, противоположную относительной скорости частицы. В зависимости от направления этой силы отскок частицы может происходить как в сторону вращения барабана, так и в противоположную сторону.

Механизм разделения исходного сырья на указанных фазах движения за исключением аэрационной классификации подробно описан в [5].

В силу отсутствия в литературе аналитических материалов по изучению процесса аэрационной стратификации многокомпонентного исходного сырья с различной парусностью путем его взаимодействия с направленным потоком воздуха необходимо наиболее актуально исследовать аэродинамику процесса движения двухфазной среды с целью повышения эффективности разделения твердых компонентов в воздушном потоке.

Таким образом, данная статья посвящена разработке аддитивной математической модели аэрационной классификации многокомпонентного исходного сырья на третьей фазе его движения в БПФСА. Решение этой задачи позволит повысить качество разделения сырья за счет эффективного использования влияния парусности частиц компонентов на величину действующих на них сил аэродинамического сопротивления Стокса, Архимеда и Магнуса с целью управления спектром траекторий их движения.

Решение задачи математического описания процесса аэрационной классификации основано на использовании метода перехода от микроуровня движения отдельной частицы к макроуровню, т. е. исследованию многофазной среды.

Математическая модель движения отдельных частиц на микроуровне в зависимости от действующих на них сил, величина и направление которых зависит от парусности частиц, позволяет установить зависимость траектории движения двухфазной среды с заданным спектральным интервалом парусности от плотности энергии, направления, амплитуды и частоты пульсации управляемого воздушного потока. Указанная модель позволяет рассчитывать параметры плотности энергии воздушного потока в зависимости от спектра парусности частиц для обеспечения максимальной эффективности их классификации с минимальными затратами энергии.

Для интегральной оценки влияния парусности на траекторию движения частиц наиболее целесообразно ввести критерии аэрационного подобия:

– коэффициент аэрационного притяжения, характеризующий вертикальную перегрузку  $i$ -й частицы, либо двухфазной среды под действием аэродинамических сил:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^n F_{ni}^j}{F_{Ai}}; \tag{1}$$

– коэффициент аэрационной инерции, характеризующий горизонтальную перегрузку  $i$ -й частицы, либо двухфазной среды под действием аэродинамических сил:

$$\beta_i = \frac{\sum_{j=1}^n F_{ti}^j}{F_{Ai}}, \tag{2}$$

где  $F_{ni}^j$ ,  $F_{ti}^j$  – вертикальная и горизонтальная составляющие  $j$ -й аэродинамической силы, действующей на  $i$ -ю частицу многокомпонентного исходного сырья в фазе аэрационной классификации;  $F_{Ai}$  – сила Архимеда, направленная вниз, действующая на  $i$ -ю частицу, являющаяся аналогом силы тяжести.

Обладая кинетической энергией,  $i$ -я частица исходного многокомпонентного сырья под воздействием энергии управляемого направленного потока воздуха перемещается по соответствующей траектории, определяемой плотностью указанной энергии.

Для построения аддитивной модели аэрационной классификации было важно установить зависимости между энергией частицы в точке схода криволинейного трамплина В, энергией направленного потока воздуха и геометрическими параметрами приемных бункеров БПФСА. Также было необходимо составить уравнения движения частицы в зависимости от действующих на нее сил с учетом введенных критериев подобия, причем ключевую роль в предложенной математической модели играет ее аддитивность как аналог принципа суперпозиции, представляющего собой раздельный учет и последующее суммирование абсолютной скорости движения частиц и скорости направленного потока воздуха, позволяющее оптимизировать энергетические затраты процесса классификации в сепараторах.

Свободный полет частицы многокомпонентного исходного сырья на третьей стадии его движения в БПФСА начинается из точки В со скоростью  $v_{Bi}$  (рис. 2). При этом скорость движения частицы зависит от ее физических свойств: плотности, состояния поверхности, размеров, формы, петрографического состава, взаимного трения и столкновения частиц между собой и со стенками аппарата. В точке В  $i$ -я частица будет иметь скорость  $v_{Bi}$ .

Таким образом, движение  $i$ -й частицы с кинетической энергией, соответствующей скорости  $v_{Bi}$ , из точки В будет происходить под действием силы аэродинамического сопротивления, подъемной аэродинамической силы Жуковского, силы Магнуса, обусловленной перепадом сил аэродинамического давления на поверхность частицы вследствие ее вращения, силы Архимеда, связанной с ускорением свободного падения и силой Стокса, обусловленной вязкостью воздуха. При этом, поскольку наибольшее влияние на траекторию движения частицы на данной фазе ее движения оказывают аэродинамические силы, характер движения частицы будет определяться ее парусностью, которая численно зависит от указанных коэффициентов аэрационного притяжения и инерции.

При движении  $i$ -й частицы в направлении оси  $Ox$  на нее действует сила аэродинамического лобового сопротивления  $F_{ni}^j$ , обусловленная как скоростью собственного движения частицы, так и скоростью направленного аэродинамического потока воздуха, что учитывается аддитивной моделью движения.

Уравнение движения  $i$ -й частицы компонентов исходного сырья в проекции на ось  $Ox$ , совпадающего с направлением аэродинамического потока воздуха под воздействием вентиляторов, запишем в виде:

$$F_{ni}^j = m_i \frac{\partial v_{xi}}{\partial t} = -k_i \pi r_i^2 \rho_b (v_{xi} + U)^2, \tag{3}$$

где  $k_i$  – коэффициент лобового сопротивления  $i$ -й частицы;  $r_i$  – радиус  $i$ -й частицы, м;  $\rho_b$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $v_{xi}$  – составляющая скорости  $i$ -й частицы, м/с;  $U$  – скорость потока воздуха, м/с;  $m_i$  – масса  $i$ -й частицы, кг,  $m_i = 4/3\pi r_i^3 \rho_i$ ;  $\rho_i$  – плотность  $i$ -й частицы, кг/м<sup>3</sup>.

Уравнение движения  $i$ -й частицы в проекции на ось  $Oy$  имеет вид:

$$m_i \frac{\partial v_{yi}}{\partial t} = -F_{жi}^i + F_{Ai}^i - F_{Ci}^i + F_{Mi}^i, \quad (4)$$

где  $F_{жi}^i$  – сила Жуковского, направленная вертикально вверх, действующая на  $i$ -ю частицу,  $F_{жi}^i = c_i \pi r_i^2 \rho_b (v_{xi} + U)^2$ ;  $F_{Ai}^i$  – сила Архимеда, направленная вниз, действующая на  $i$ -ю частицу,  $F_{Ai}^i = 4/3\pi r_i^3 (\rho_i - \rho_b)g$ ;  $F_{Ci}^i$  – сила сопротивления Стокса, обусловленная вязкостью воздуха и физическими свойствами ком-

понентов исходного сырья,  $F_{Ci}^i = \varphi \rho_b \pi r_i v_{yi}$ ;  $F_{Mi}^i$  – сила Магнуса, обусловленная вращением  $i$ -той частиц компонентов исходного сырья,  $F_{Mi}^i = \pi r_i \pi r_i^3 \Omega_i (v_{xi} + U)$ ;  $c_i$  – коэффициент подъемной силы Жуковского, действующей на  $i$ -ю частицу;  $g$  – ускорение свободного падения м/с<sup>2</sup>;  $\varphi_i$  – коэффициент формы частицы в законе Стокса;  $\eta$  – коэффициент кинематической вязкости воздуха, м<sup>2</sup>/с;  $\Omega_i$  – угловая скорость вращения  $i$ -й частицы, с<sup>-1</sup>,  $\Omega_i = v_{bi} / 2\pi r_i$ .

Таким образом, уравнение вертикального перемещения в проекции на ось  $Oy$   $i$ -й частицы компонентов исходного сырья под действием направленного аэродинамического потока воздуха с учетом действия сил Стокса, Магнуса, Архимеда и Жуковского может быть представлено в виде:

$$m_i \frac{\partial v_{yi}}{\partial t} = -c_i \pi r_i^2 \rho_b (v_{xi} + U)^2 + \rho_b m_i g - \varphi_i \pi r_i v_{yi} + \pi \rho_b r_i^3 \Omega_i (v_{xi} + U). \quad (5)$$

Имея в виду, что при  $V_{yi} \ll (V_{xi} + U)$  в уравнениях (4)–(5) аэродинамическая сила лобового сопротивления в проекции на ось  $Oy$  не учитывается, то с учетом уравнения баланса сил Жуковского, Архимеда, Стокса и Магнуса скорость вертикального перемещения  $v_{yi}$   $i$ -й частицы компонентов исходного сырья получим в виде:

$$v_{yi} = \frac{r_i \left[ -\frac{4}{3} r_i \left( \frac{\rho_i}{\rho_b} - 1 \right) g + r_i \Omega_i (v_{xi} + U)^2 \right]}{\varphi_i \eta_i}. \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что при скорости направленного аэродинамического потока воздуха  $U_0$  вниз те частицы компонентов будут перемещаться по направлению оси  $Oy$ , размеры которых определяются зависимостью:

$$r_{oi} = \frac{c_i (v_{xi} + U_0)^2}{-\frac{4}{3} \left( \frac{\rho_i}{\rho_b} - 1 \right) g + (v_{xi} + U_0) \Omega_i}. \quad (7)$$

Энергия  $i$ -й частицы при сходе с нижней кромки  $B$  наклонной полки определяется по формуле:

$$E_i = \frac{2}{3} \pi r_i^3 \rho_i v_{Bi}^2. \quad (8)$$

Таким образом, с учетом формулы (8), горизонтальная скорость движения  $i$ -й частицы становится равной нулю ( $v_{xi} = 0$ ) в точке на горизонтальной поверхности приемного бункера БПФСА, определяемой из условия:

$$X_{oi} = \frac{E_i}{F_{Ai}^i}. \quad (9)$$

С учетом формул (1), (7), (9) получим:

$$X_{oi} = \frac{2c_i v_{Bi}^2 r_i}{3\rho_b U_0^2 c_i}. \quad (10)$$

С учетом формул (1)–(3), (5) выражения для коэффициентов аэрационного притяжения и инерции примут вид:

$$\alpha_{oi} = \frac{F_{Mi}^i - F_{жi}^i}{F_{Ai}^i}; \quad (11)$$

$$\beta_{oi} = -\frac{F_{Ci}^i}{F_{Ai}^i}. \quad (12)$$

Уравнение для расчета вертикальной скорости перемещения соответствующей  $i$ -й частицы в функции коэффициента аэрационного притяжения с учетом формулы (12) после преобразования получим в виде:

$$v_{yi} = \frac{(1 + \alpha_{oi})}{\varphi_i \eta_i \rho_b}. \quad (13)$$

В итоге формулу для расчета положения приемного бункера в зависимости от коэффициента аэрационного притяжения с учетом формулы (13) получим в виде:

$$X_{oi} = \frac{\rho_i v_{Bi}^2}{2\beta_{oi} (\rho_i - \rho_b) g}. \quad (14)$$

Аддитивная математическая модель 3-й фазы процесса классификации многокомпонентных материалов, включающая уравнения (3), (6), (7), (10), (13)–(14), позволила всесторонне исследовать механизм разделения частиц под действием аэродинамических сил направленного воздушного потока с учетом их физических свойств, а также осуществить оптимизацию геометрических параметров и режимов работы БПФСА, при относительно небольших затратах на экспериментальные исследования, изготовление макетов и опытных образцов. Максимальные отклонения экспериментальных данных от расчетных составляют, в частности: для асбеста 4–7 %, для кварца 2,3–2,9 %, для глинозема 1,9–2,2 % и аппроксимируются нелинейной зависимостью с корреляционным отношением  $\eta = 0,95$ – $0,97$ .

Использование аэродинамического эффекта от направленного воздушного потока в БПФСА позволяет повысить результативность разделения многокомпонентных материалов, в частности, обеспечить максимальное извлечение свободного асбестового волокна из руды, сохранить природную длину и текстуру волокна, освободить асбестовое волокно от пыли, а также случайных посторонних включений.

Таким образом, установка радиальных вентиляторов на торцевых поверхностях вращающегося барабана, позволяющая использовать аэродинамические силы для разделения минералов за счет эффекта парусности, способствует повышению эффективности и качества классификации материалов.

Предложенная модель классификации компонентов технологических смесей позволяет осуществлять их разделение на необходимые по качеству фракции за счет образования веера разделения, благодаря которому возможно получение продуктов частиц с различным содержанием полезного компонента.

#### Выводы

1. Полученная аддитивная математическая модель аэрационного класса в полочном сепараторе с трамплином достаточно точно отражает реальный рабочий процесс.

2. Эффективность разделения частиц зависит от разности скоростей и углов схода частиц минералов с полки, что позволяет получить больший веер распределения частиц. В точке схода частицы с трамплина в зависимости от коэффициента трения  $f = 0,3$ ;  $f = 0,5$  ее скорость составила  $v_B = 1,93$ – $2,28$ ;  $v_B = 1,33$ – $1,56$  м/с.

3. Использование потока воздушной струи, направленного под полку перпендикулярно вектору скорости движения разделяемых компонентов, позволяет отклонять траекторию частиц, обладающих парусностью, и выводить их в одноименные продукты. Скорость воздушного потока зависит от скоростей витания разделяемых компонентов и составляет 3,5–6 м/с.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белов М. А., Дябин Н. В., Копосов Ю. Б. и др. Практика обогащения асбестовых руд. М.: Недра, 1975. 224 с.
2. Келина И. М., Цыпин Е. Ф., Александрова Е. П. О коэффициентах трения минералов при обогащении слюдосодержащих сланцев на полочном воздушном сепараторе // Изв. вузов. Горный журнал. 1983. № 1. С. 126–129.
3. Ляпцев С. А., Цыпин Е. Ф., Потапов В. Я., Иванов В. В. Математическое моделирование разделения частиц в барабанно-полочном фрикционном сепараторе // Изв. вузов. Горный журнал. 1996. № 7. С. 147–150.
4. Ляпцев С. А., Потапов В. Я., Давыдов С. Я., Потапов В. В., Семериков Л. А., Васильев Е. А. Классификация материалов при ударе о разделительную поверхность // Новые огнеупоры. 2014. № 12. С. 27–30. (*In Russian, in English*).
5. Makarov V. N., Davydov S. Ya. Theoretical basis for increasing ventilation efficiency in technological processes at industrial enterprises // Springer science + business media. 2015. № 2. С. 59–63.
6. Потапов В. Я., Тимухин С. Я., Потапов В. В. и др. Использование аэродинамического эффекта во фрикционных сепараторах для разделения минеральных комплексов, обладающих парусностью // Изв. УГГУ. 2011. Вып. № 25–26. С. 84–89.
7. Шалюгина В. А., Бергер Г. С. Исследование скорости витания волокна антофиллит-асбеста в воздушной среде // Новые достижения в технологии обогащения асбестовых руд. 1972. Вып. 13. С. 122–129.
8. Щедринский М. Б., Волегов А. В., Моллер Э. К. Обогащение асбестовых руд. М.: Госгортехиздат, 1962. 234 с.
9. Келина И. М., Цыпин Е. Ф., Александрова Е. П. О коэффициентах трения минералов при обогащении слюдосодержащих сланцев на полочном воздушном сепараторе // Изв. вузов. Горный журнал. 1983. № 4. С. 126–129.
10. Александрова Е. П., Тихонов О. Н. Анализ закономерностей разделения минералов и выбор оптимальных режимов для полочного воздушного сепаратора // Цветные металлы. 1986. № 6. С. 12–17.
11. Урбан Я. Пневматический транспорт: пер. с чеш. / под ред. Л. М. Шведова. М.: Машиностроение, 1967. 256 с.
12. Малевич И. П., Серяков В. С., Мишин А. В. Транспортировка и складирование порошкообразных строительных материалов. М.: Стройиздат, 1984. 184 с.

**Валентин Яковлевич Потапов,**

2c1@inbox.ru

**Владимир Николаевич Макаров,**

**Николай Владимирович Макаров,**

**Екатерина Евгеньевна Франюк**

Уральский государственный горный университет

Россия, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

# ADDITIVE MATHEMATICAL MODEL OF MATERIALS AERATION CLASSIFICATION IN SEPARATORS

V. Ya. Potapov, V. N. Makarov, N. V. Makarov, E. E. Franyuk

The article is devoted to confirmation of a mechanism of aeration classification in drum-shelf friction separators of materials, the components of which are distinguished by a wide range of "saillage" in order to increase the separators efficiency and the quality of finished products in technology of components separation of ore and non-ore materials.

Using aerodynamics of bodies of arbitrary shape in a directed air flow, a mathematical model is obtained of aeration classification of particles of material components, depending on their physical properties, unified by an integral criterion of "saillage", and controlled airflow parameters with separate accounting of influence of particles velocity and flow.

Equations are obtained for calculation of geometric parameters of a unit of aeration classification friction drum – shelf separator depending on integral criterion of "saillage" determined by shape, size, density of initial raw material and air viscosity providing for maximum quality of stratification of the feedstock and, as a result, increasing the production efficiency and the quality of the separated material.

The efficiency of aeration classification with the use of a controlled air flow is confirmed, as well as sufficient convergence of experimental and calculated data. The additive mathematical model has confirmed the high efficiency of application of aeration classification in drum-type friction separators to improve the quality of stratification with reference to initial raw materials, components of which differ in a wide range of "saillage".

**Keywords:** speed of being in the air; "saillage"; physical characteristics; frictional separator; aerodynamic effect.

Modern mining is characterized by intensification of processing methods, which require creation and implementation of high technology, high-tech equipment. To a large extent, it concerns technological redistribution of preparation and classification of raw materials significantly affecting the quality of final separation products. Without a constant improvement of quality and efficiency of operation of enrichment technology and equipment, it is impossible to improve material-technical base of enterprises, including the mining industry.

Depending on the technological and production structure, the preparation and classification of components of initial rock mass is characterized by high power consumption and not high efficiency [1].

One of the ways of improvement of classification efficiency and the quality increase of processed ores may be creation of resource-efficient separation devices and perfecting the structure and technology of preparation and separation of feedstock [2–5].

When designing and developing the devices, it is necessary to take into account construction features of their structural units, facilitating to qualitative separation and classification of raw materials according to their physical characteristics, and also the possibility of more purposeful control of external factors affecting the efficiency of the process of separation of components, depending on their change [6–9].

From the standpoint of improving the separation and classification of multicomponent feedstock, including particles with a wide dispersion of "saillage", it is more perspective to apply aeration classification [10–12].

Aeration classification is the separation of particles of multicomponent material in the spectral interval of "saillage" under the influence of the energy density, necessary to form the trajectory of particles determined by the kinetic energy of the directed air flow.

Structurally, the aeration classification is realized in a drum-shelf friction separator with a device for creating a directed controlled aerodynamic air flow (DSFSA) [1, 4, 7].

DSFSA is a classic separator with radial fans built into the ends of the drum with asymmetric collectors and amplitude-frequency regulators, providing the required energy density, direction, amplitude and frequency of airflow fluctuations (see Fig. 1).

Thus, the DSFSA consists of four-structured devices, each of which is designed to separate the particles of the initial material according to the relevant structure indications (Fig. 1).

In accordance with four structured devices, four phases of movement of the initial multicomponent raw material are distinguished in DSFSA, corresponding to four stages of its classification (Fig. 1, 2).

At the *first* phase the material moves along an inclined shelf, where a flow is formed before entering the separator chamber. At the *second* phase the separated material is distributed along the streams adjoining each other, with predominance in each of them the particles having uniform shape and density taking place in the air chamber from the moment of detachment of particles from the lower edge of the inclined shelf. At the *third* phase the components are distributed under the influence of the air flow created by the radial fans. At the *fourth* phase the components are separated on the surface of the rotating drum, at the ends of which the above-mentioned radial fans are installed to provide a targeted air flow.

The inclined shelf 1 prepares separation of particles having different friction coefficients. The smaller the coefficient of friction of a particle on the plane, the higher the speed of its escape from the shelf 1. The slope of the plane must provide continuous motion of particles, which imposes certain restrictions on the angle  $\beta$ . The angle of inclination of the flange  $\beta$  should be greater of the greatest possible values of the friction angles for the particles of the material being enriched with different contents of the useful component.

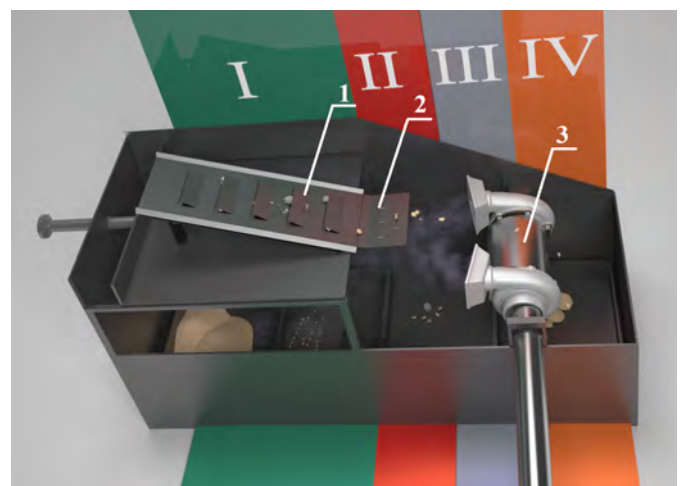


Figure 1. Principal scheme of DSFSA separator.

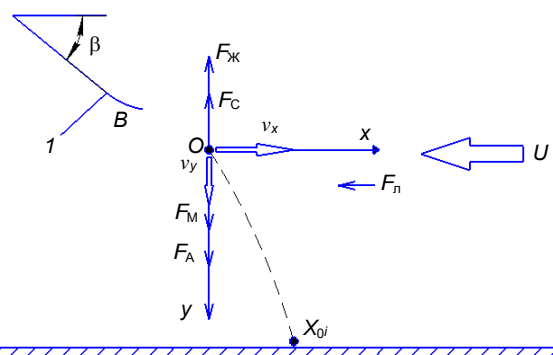


Figure 2. Scheme of a particle movement and forces acting on it at the 3rd phase in DSFSA.

Curvilinear springboard 2 provides the second stage of preparation to separation of particles with different coefficients of friction. The friction force in this section varies depending on the location of the particle, since at different points of the concave trajectory the normal pressure of the particle onto the curvilinear surface is different. As a result, when particles exit onto the free flight area, they have essentially different velocities, and the particles escape along flat trajectories. Thus, a separation fan is formed, thanks to which it is possible to form products of particles with different contents of the useful component.

At the third stage the separation of raw materials occurs due to the action of the directed aerodynamic airflow created by the radial fans built into the ends of the rotating drum.

For the particles of the middle part of the fan in DSFSA the fourth stage of separation is provided. On the shells of the rotating drum 3, the separation of feedstock particles occurs due to the difference in their recovery coefficients after impact. Since the surface of the shell of the rotating drum 3 is rough, at the point of contact with it the particle, in addition to the normal reaction, is subjected to the friction force directed to the side opposite to the relative velocity of the particle. Depending on the direction of this force, the particle rebound can occur both in the direction of rotation of the drum and in the opposite direction.

The mechanism of separation of the feedstock at the above-mentioned phases of motion, with the exception of the aeration classification, is described in detail in [5].

Due to the lack of analytical materials in literature about studies of the process of aeration stratification of multicomponent feedstock with different "sailage", through its interaction with a directed air flow, it is most actual to investigate aerodynamics of the movement process of two-phase environment to increase the separation efficiency of solid components in the air stream.

Thus, this article is devoted to development of an additive mathematical model of aeration classification of multicomponent feedstock at the third phase of its movement in DSFSA. Solution of this task will improve the quality of feedstock at the account of effective use of the influence of "sailage" of particles components onto the amount of acting on them aerodynamic resistance forces of Stokes, Archimedes and Magnus, in order to control the spectrum of their movement trajectory.

The solution of the problem of mathematical description of the process of aeration classification is based on the use of the method of transition from a microlevel of an individual particle motion to a macrolevel, that is, to investigation of a multiphase environment.

The mathematical model of the motion of individual particles at the microlevel, depending on the forces acting on the forces, the magnitude and direction of which depends on the "sailage" of the particles, makes it possible to establish the dependence of the trajectory of motion of the two-phase environment with the given spectral interval of "sailage" on the energy density, direction, amplitude and pulsation frequency of controlled air flow. This model allows to calculate parameters of the energy density of the air flow in dependence on the particles "sailage" spectrum to provide the maximum efficiency of their classification with minimal energy expenditure.

For integral assessment of the effect of "sailage" onto the trajectory of particles motion, it is most desirable to introduce criteria for aeration similarity:

– a coefficient of aeration attraction, characterizing the vertical overload of the  $i$ -th particle, or a two-phase environment under the action of aerodynamic forces:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^n F_{bi}^j}{F_{Ai}}; \quad (1)$$

– the coefficient of aeration inertia characterizing the horizontal overload of the  $i$ -th particle, or two-phase environment under the action of aerodynamic forces:

$$\beta_i = \frac{\sum_{j=1}^n F_{hi}^j}{F_{Ai}}, \quad (2)$$

where  $F_{bi}^j$ ,  $F_{hi}^j$  – vertical and horizontal components of the  $j$ -th aerodynamic force acting on the  $i$ -th particle of a multicomponent feedstock at the phase of aeration classification;  $F_{Ai}$  – Archimedes' force directed downward, acting on the  $i$ -th particle, which is an analog of gravity.

Possessing kinetic energy, the  $i$ -th particle of the initial multicomponent raw material under the influence of the energy of the controlled directed air flow moves along the corresponding trajectory determined by the density of the above energy.

To construct an additive model of the aeration classification, relationships must be determined between the energy of the particle at the point of curvilinear springboard  $B$  descent, the energy of the directed air flow and the geometric parameters of receiving hoppers of DSFSA. It is necessary to formulate equations of particles motion depending on the forces acting on them, taking into account the similarity criteria introduced above. The key role in the proposed mathematical model is played by its additivity, as an analogue of the superposition principle, meaning a separate accounting and subsequent summation of the absolute velocity of particles motion and velocity of the directed air flow, allowing to optimize the power consuming of classification processes in separators.

The free flight of a particle of multicomponent feedstock at the third stage of its movement in DSFSA starts from the point  $B$  at a speed  $v_{Bi}$  (Fig. 2). The velocity of the particle depends on its physical properties: density, surface state, size, shape, petrographic composition, mutual friction and collision of particles with each other and with walls of the apparatus. At the point  $B$ , the  $i$ -th particle will have  $v_{Bi}$  velocity.

Thus, the movement of the  $i$ -th particle with kinetic energy corresponding to  $v_{Bi}$  velocity from the point  $B$  will happen under the influence of aerodynamic resistance, elevating aerodynamic Zhukovsky force, Magnus force due to differential aerodynamic pressure forces acting on the particle surface as a consequence of its rotation, the Archimedes force connected with acceleration of free fall and Stokes force due to air viscosity. In this case, since aerodynamic forces have the greatest impact on the trajectory of motion of a particle at this phase of its movement, the nature of the particle motion will be determined by its "sailage", which numerically depends on the abovementioned coefficients of aeration gravity and inertia.

When the  $i$ -th particle moves in the direction of the  $Ox$ -axis, the force of aerodynamic drag  $F_{ni}^j$  acts on it, due to the particle own movement velocity and the velocity of the directed aerodynamic air flow, taking into account the additive model of motion.

The equation of motion of the  $i$ -th particle of feedstock components in the projection on the  $Ox$ -axis, which coincides with the direction of aerodynamic air flow from the action of the fan may be written as:

$$F_{ni}^j = m_i \frac{\partial v_{xi}}{\partial t} = -k_i \pi r_i^2 \rho_a (v_{xi} + U)^2, \quad (3)$$

where  $k_i$  – drag coefficient resistance of the  $i$ -th particle;  $r_i$  – the radius of the  $i$ -th particle, m;  $\rho_a$  – air density, kg/m<sup>3</sup>;  $v_{xi}$  – velocity constituent of the  $i$ -th particle, m/s;  $U$  – the air flow velocity, m/s;  $m_i$  – mass of the  $i$ -th particle in kg;  $m_i = 4 / 3 \pi r_i^3 \rho_i$ ;  $\rho_i$  – density of the  $i$ -th particle, kg/m<sup>3</sup>.

The equation of the  $i$ -th particle movement in the projection onto  $Oy$ -axis is as follows:

$$X_{oi} = \frac{E_i}{F_n^i} \quad (9)$$

Accounting the formulas (1), (7), (9), we obtain:

$$X_{oi} = \frac{2cv_{Bi}^2 r_i}{3\rho_b U_0^2 c_i} \quad (10)$$

Taking into account (1)–(3), (5) formulas, the equations for coefficients of aeration attraction and inertia will be as follows:

$$\alpha_{oi} = \frac{F_{Mi}^i - F_{Жi}^i}{F_{Ai}^i}; \quad (11)$$

$$\beta_{oi} = -\frac{F_{ni}^i}{F_{Ai}^i} \quad (12)$$

The equation for calculation of a vertical velocity of displacement of a corresponding  $i$ -th particle in a function of the coefficient of aeration attraction, taking into account formula (12), after transformation, we obtain in the form:

$$v_{yi} = \frac{(1 + \alpha_{oi})}{\varphi_i \rho_b} \quad (13)$$

As a result, taking into account formula (13), the formula for calculation of a receiving hopper position depending on the coefficient of aeration attraction is obtained as:

$$X_{oi} = \frac{\rho_i v_{Bi}^2}{2\beta_{oi}(\rho_i - \rho_b)g} \quad (14)$$

The additive mathematical model of the third phase of the process of classification of multicomponent materials, including equations (3), (6), (7), (10), (13)–(14), made it possible to investigate comprehensively the mechanism of particles separation under the action of aerodynamic forces of a directed air flow taking into account their physical properties. It also became possible to optimize geometric parameters and modes of operation of DSFSA, with relatively low expenses on experimental research, manufacturing of models and prototypes. Maximum deviations of experimental data from the calculated ones total in particular: for asbestos 4–7 %, for quartz 2.3–2.9 %, for alumina 1.9–2.2 % and are approximated by a nonlinear dependence with a correlation ratio  $\eta = 0.95$ –0.97.

Application of the aerodynamic effect of directed air flow in DSFSA enables to increase the results of separation of multicomponent materials, to maximize the extraction of free asbestos fibers from the ore, to preserve the natural length and texture of the fiber, to release asbestos fiber from dust, as well as, from random impurities.

Thus, installation of radial fans on the end surfaces of a rotating drum, allowing using aerodynamic forces for separation of minerals

due to the effect of “sailage”, contributes to increasing the efficiency and quality of material classification.

The proposed model for classification of components of technological mixtures makes it possible to separate them onto necessary fractions on quality, due to formation of a separation fan, thanks to which the products of particles with different contents of useful components are obtained.

### Conclusions

1. The developed additive mathematical model of aeration class in a shelf separator with a springboard adequately reflects a real operational process.

2. The efficiency of particles separation depends on the difference in velocities and angles of mineral particles descent from the shelf, which allows obtaining a wider fan of particles distribution. At the point of a particle escape from the springboard, depending on the coefficient of friction  $f = 0.3$ ;  $f = 0.5$ , its speed was  $v_B = 1.93$ –2.28;  $v_B = 1.33$ –1.56 m/s.

3. Using a directed flow of an air jet under the shelf perpendicular to the vector of motion speed of separated mineral components, allows to deflect trajectory of particles having “sailage” and channel them to similar products. The speed of the air flow depends on velocities of separated components, being in the air, and it totals 3.5–6 m/s.

### REFERENCES

1. Belov M. A., Dyabin N. V., Kuposov Yu. B., et al. 1975, *Praktika obogashcheniya asbestovykh rud* [The practice of asbestos ores enriching], ed. by F. P. Sofronov, Moscow, 224 pp.
2. Kelina I. M., Tsylin E. F., Aleksandrova E. P. 1983, *O koefitsiyentakh treniya mineralov pri obogashchenii slyudosoderzhashchikh slantsev na polochnom vozdušnom separatore* [About friction coefficients of minerals in enrichment of micaceous shales in shelf air separator]. *Izv. vuzov. Gornyy zhurnal* [News of the Higher Institutions. Mining Journal], no. 1, pp. 126–129.
3. Lyaptsev S. A., Tsylin E. F., Potapov V. Ya., Ivanov V. V. 1996, *Matematicheskoe modelirovaniye razdeleniya chastits v barabanno-polochnom friktsionnom separatore* [Mathematical modeling of particles separation in a drum-shelf friction separator]. *Izv. vuzov. Gornyy zhurnal* [News of the Higher Institutions. Mining Journal], no. 7, pp. 147–150.
4. Lyaptsev S. A., Potapov V. Ya., Davydov S. Ya., Potapov V. V., Semerikov L. A., Vasil'ev E. A. 2014, *Klassifikatsiya materialov pri udare o razdelitel'nyuy poverkhnost'* [Classification of granular materials in impact with separation surface]. *Novyye ognepury* [Refractories and industrial Ceramics], no. 12, pp. 27–30. (In Russian, in English).
5. Makarov V. N., Davydov S. Ya. 2015, Theoretical basis for efficiency increasing in technological processes. Springer science + business media, no. 2, pp. 59–63.
6. Potapov V. Ya., Timukhin S. Ya., Potapov V. V., et al. 2011, *Ispol'zovaniye aerodinamicheskogo effekta vo friktsionnykh separatorakh dlya razdeleniya mineral'nykh kompleksov, obladayushchikh parusnost'yu* [The use of aerodynamic effect in friction separators for separation of mineral complexes possessing “sailage”]. *Izv. UGGU* [News of the Ural State Mining University], no. 25–26, pp. 84–89.
7. Shalyugina V. A., Berger G. S. 1972, *Issledovaniye skorosti vitaniya volokna antofillit-asbesta v vozdušnoy srede* [Investigation of suspension velocity of antophyllite-asbestos fiber in the air]. *Novyye dostizheniya v tekhnologii obogashcheniya asbestovykh rud* [New achievements in the technology of asbestos ore enrichment], no. 13, pp. 122–129.
8. Shchedrinskiy M. B., Volegov A. V., Muller E. K. 1962, *Obogashcheniya asbestovykh rud* [Enrichment of asbestos ores]. Moscow, 234 p.
9. Kelina I. M., Tsylin E. F., Aleksandrova E. P. 1983, About a coefficient of minerals friction in enrichment of mica-containing shales in a shelf air separator. *Izv. vuzov. Gornyy zhurnal* [News of the Higher Institutions. Mining Journal], no. 4, pp. 126–129.
10. Aleksandrova E. P., Tikhonov O. N. 1986, Analysis of regularities of mineral separation and selection of optimal regimes for shelf air separator. *Tsvetnyye metally* [Non-ferrous metals], no. 6, pp. 12–17.
11. Urban J. 1967, *Pnevmaticheskyy transport* [Pneumatic transport]. In *Russian, translation from Czech*. Ed. by L. M. Shvedova. Moscow, 256 p.
12. Malevich I. P., Seryakov V. S., Mishin A. V. 1984, *Transportirovka i skladirovaniye poroshkoobraznykh stroitel'nykh materialov* [Transportation and storage of powdery building materials]. Moscow, 184 p.

**Valentin Yakovlevich Potapov,**  
2c1@inbox.ru  
**Vladimir Nikolaevich Makarov,**  
**Nikolay Vladimirovich Makarov,**  
**Ekaterina Evgen'evna Franyuk**  
Ural State Mining University  
Ekaterinburg, Russia