

# Лабораторные исследования и анализ математических моделей деформирования раздробленных соляных пород

Максим Анатольевич КАРАСЕВ\*  
Александр Александрович СЕЛИХОВ\*\*  
Андрей Константинович БЫЧИН\*\*\*

Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия

## Аннотация

**Актуальность.** Для качественного прогноза напряженно-деформированного состояния массивов горных пород при разработке калийных и соляных рудников с камерно-столбовыми системами разработки с закладкой выработанного пространства, а также при других случаях применения раздробленных солей в качестве закладочных массивов необходимо учитывать влияние закладочного массива, что обуславливает актуальность исследования, посвященного лабораторным исследованиям механического отклика и анализу математических моделей деформирования раздробленных соляных пород, которыми обычно представлены закладочные массивы, используемые в указанных случаях.

**Целью работы** является анализ современных разработок в области математического и численного моделирования деформирования раздробленных соляных пород, а также определение их механического отклика при гидростатическом сжатии.

**Методы проведения работы.** В качестве основного метода теоретического исследования использовался анализ современных источников информации, связанных с тематикой исследования. Лабораторные исследования производились с использованием стандартного набора сит, а также универсальной сервогидравлической испытательной машины MTS 815.

**Результаты работы.** Рассмотрены следующие модели деформирования, используемые для описания механического отклика раздробленных соляных пород, а также примеры их использования: модель Кулона–Мора, модель двойного пластического упрочнения, модель С. А. Константиновой, модель С. Оливеллы и А. Генса и модель WIPP Salt. В рамках лабораторных исследований получены данные о модуле крупности материала, а также зависимости среднего давления от объемных деформаций и объемных деформаций от времени, кроме того, получены скорости ползучести для изучаемого материала при различных уровнях средних напряжений при условиях гидростатического сжатия.

**Выводы.** Дальнейшее развитие моделей закладочных массивов из раздробленных соляных пород для условий добычи полезных ископаемых предлагается осуществлять на основе описания поверхностей пластического течения с участком упрочнения/разупрочнения полученных в результате обширных лабораторных и полевых изысканий.

**Ключевые слова:** раздробленные соляные породы, гидрозакладка, геомеханика, модели деформирования, камерно-столбовая система разработки, закладочный массив, хранилище ядерных отходов, солеотвал.

## Введение

Добыча полезных ископаемых на месторождениях водорастворимых руд не допускает попадания ненасыщенных рассолов и пресных вод в зону продуктивных пластов. Аварийные затопления с большой вероятностью могут привести к полной потере соляного рудника [1, 2]. Этот риск вынуждает применять камерно-столбовые системы разработки с закладкой выработанного пространства. Закладочный массив в отечественной практике наиболее часто создается двумя способами: механически и гидравлически. При этом состав закладочного массива

в среднем представлен галитовыми отходами или, иначе говоря, разрушенными соляными породами. В отечественной практике наибольший интерес возникал в отношении влияния закладочного массива на процесс деформирования и разрушения междукамерных целиков [3–8]. Согласно работе [3], закладочный массив, созданный механическим образом, начинает оказывать влияние на работу междукамерных целиков при степени заполнения отработанной камеры около 90 %, в это же время закладочный массив, созданный гидравлическим способом,

✉ Karasev\_MA@pers.spmi.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-8939-0807>

\*\*s225059@stud.spmi.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-8939-0807>

\*\*\*Bychin\_AK@pers.spmi.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-8939-0807>

благодаря кристаллизации пор и пустот в процессе отдачи обратного рассола, обладает большей жесткостью и начинает оказывать боковой отпор на целики при степени заполнения камер от 60 %. Стоит также учитывать, что материал, заложенный гидравлическим путем, дает как горизонтальную, так и вертикальную усадку (примерно 1,5 %), что, согласно работе [9], может быть устранено путем заполнения освободившегося пространства свежей порцией закладочной смеси.

Сотрудниками ОАО «Галургия» проводились крупные исследования закладочного массива [6]. Установлено, что относительные деформации в компрессионных испытаниях при средней крупности частиц менее 1 мм составляют 23 %, при этом для крупности от 3 до 10 мм относительные деформации равны 28 %, в это же время действующие напряжения для первого случая составляют около 9,5 МПа, а во втором – 9,3 МПа, т. е. жесткость материала возрастает с уменьшением крупности частиц. Аналогичная ситуация наблюдается в исследовании [10], где рассматривается активация или измельчение компонентов закладочной смеси. Для закладочных массивов установлены зависимости относительных деформаций и действующего напряжения от «возраста» [9]:

$$\varepsilon_0 = 0,27 + 0,77 \exp\left(\frac{t_3}{4,93}\right),$$

$$q_0 = 39[1 - \exp(-1,07 t_3)],$$

где  $t_3$  – «возраст» закладочного массива.

Согласно этой зависимости, закладочный массив в первые три года после его возведения проходит стадию консолидации и далее деформируется, проявляя ползучие свойства, характерные для соляных пород.

Говоря о разрушенных соляных породах, следует обратить внимание на солеотвалы. Согласно работе [11], солеотвалы представлены рыхлыми породами, устойчивость которых после отсыпки обеспечивается только за счет сил трения между частицами. С течением времени солеотвалы уплотняются и цементируются по аналогии с гидрозакладочным массивом. Процесс этот неравномерный, и автор работы выделяет около трех зон, различных по физико-механическим характеристикам: на отсыпаемой части отвала раздробленные соляные породы практически не имеют прочности, пологий склон является зоной слабоупрочненных пород с пределом прочности на одноосное сжатие до 1 МПа, а «ядро» солеотвала составляют упрочненные породы с прочностью более 1,5 МПа. Зарубежные исследования представлены работой [12]. Состав исследуемых солеотвалов на 77,8 % представлен NaCl, остальные компоненты представлены солями калия, магния и нерастворимым остатками. Для исследуемого объекта характерно увеличение насыпной плотности раздробленных соляных пород по мере углубления в массив солеотвала, при этом пористость материала снижается от 0,32 в приповерхностной зоне до 0,1 на глубине примерно 45–50 м, аналогичная ситуация происходит с прочностью при сжатии – для образцов, отобранных на глубине 6,15 м, прочность составляет 2,05 МПа, а для глубины около 66 м прочность равняется 8,8 МПа.

Внимание зарубежных коллег относительно раздробленных соляных пород сфокусировано на их применении в качестве среды для хранения ядерных отходов. Отсюда выделяется специфика исследований, направленная на изучение изменения физико-механических характеристик раздробленных солей при различной степени уплотнения, температуры и влажности.

Исследованием уплотненных раздробленных солей занимались в работе [13]. Лабораторные исследования, представленные в статье, были направлены на получение зависимостей для пород проекта WIPP – хранилища ядерных отходов. Авторы рассматривали влияние динамического воздействия на уплотнение гранулированной соли, а также провели испытания на трехосное сжатие образцов цилиндрической формы размерами 102 мм в диаметре и высотой от 100 до 200 мм. Трехосное сжатие производилось по гидростатической схеме ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ), при этом фиксировались относительная плотность и модуль упругости. Гидростатическое давление в испытаниях составляло 10 и 15 МПа и повышалось ступенчато с разгрузочными петлями по достижении стабилизации уплотнения. Зависимость модуля упругости от плотности хорошо описывается уравнением, предложенным в работе [14]:

$$K = c \exp(bp),$$

где  $K$  – модуль упругости;  $\rho$  – плотность;  $c$ ,  $b$  – эмпирические коэффициенты, которые для материала, используемого в проекте WIPP, составляют 5,69 и 0,101 соответственно.

В работе [15] исследовалась ползучесть закладочного материала хранилища WIPP для условий уплотнения при сдвиге при температуре 25 °С, влажности 1,5–2 % и удельной плотности 0,9. Для образцов с осевой нагрузкой 2,33 МПа выход на стабильные значения объемной ползучести наступает в момент между 3 и 3,5 сут, однако для осевой нагрузки 3,33 МПа достичь стабилизации объемной ползучести не удалось по техническим причинам ввиду чрезмерного накопления деформаций, испытания проводились при этом 12 сут. Анализ влияния повышенных температур вплоть до 250 °С на модуль деформации, пористость и другие физико-механические характеристики раздробленных солей представлен в работах [16–18]. Раздробленная соль приобретает плотность, идентичную ненарушенным соляным породам через 12 месяцев при давлении примерно 4 МПа [15].

Повышение достоверности прогноза геомеханических процессов при применении математических методов прогноза достигается за счет использования соответствующих для рассматриваемой задачи модели деформирования геоматериалов [19, 20], что справедливо и при рассмотрении раздробленной соли. На выбор модели деформирования раздробленных солей существенное влияние оказывают ее особенности механического поведения, которое, как показывает выполненный анализ, в значительной степени зависит от гранулометрического состава, влажности и температуры. Важно также учитывать, что материал теряет до трети и более своего объема под нагрузкой и активно проявляет свойства ползучести и релаксации. Таким образом, главной целью работы яв-

ляется изучение текущего уровня исследований в области прогноза напряженно-деформированного состояния искусственных массивов из разрушенных соляных пород на уровне элементарного объема. В работе основное внимание уделено анализу современного состояния моделей деформирования раздробленных пород, изучению их области применения и выявлению направления их совершенствования.

**Исследование механического отклика раздробленных соляных пород.** Любая модель требует обоснования параметром геоматериала. Изысканиям механического отклика соляных пород посвящены такие работы, как например [21, 22], однако исследования раздробленных соляных пород при различных траекториях нагружения проводились в малых объемах, а их механическое поведение недостаточно изучено. В рамках данной работы произведены лабораторные исследования материала раздробленных соляных пород при объемном сжатии по гидростатической схеме. Модуль крупности частиц при просеивании пробы массой 2 кг на стандартном наборе сит (5–2,5–1,25–0,63–0,315–0,16 мм) составил 0,88. Образцы подготавливались следующим образом: сыпучая раздробленная соляная порода перед испытанием высушивалась при температуре 105 °С в течение суток, затем происходила засыпка материала в специальные эластичные формы, при этом насыпная плотность составляла в

среднем 1338,36 кг/м<sup>3</sup>, размеры образцов соответствовали размерам стандартной заготовки и были одинаковы в каждом испытании (диаметр  $d = 60,93$  мм, высота  $h = 131,03$  мм). Испытания проводились с использованием сервогидравлической испытательной системы MTS 815 по многоступенчатой схеме по программе, представленной в табл. 1. Все оборудование проходит ежегодную поверку и регулярное обслуживание.

В результате проведенных испытаний получены следующие зависимости, представленные на рис. 1, 2.

Согласно рис. 2 определены скорости установившейся объемной ползучести, результаты представлены в табл. 2.

**Анализ моделей деформирования разрушенных соляных пород.** Задачи геомеханики деформирования разрушенных соляных пород могут быть разделены на две группы, где в рамках первой группы основное внимание уделяется вопросам определения предельных нагрузок на рассматриваемую геомеханическую систему, в то время как ко второй группе относятся модели, пригодные для повышения достоверности прогноза геомеханических процессов как в кратковременном, так и в длительном периодах. К моделям первой группы можно отнести модель Кулона–Мора и модель с двойным пластическим упрочнением. Например, в работе [3] для моделирования сыпучего закладочного массива применяется модель двойного пластического упрочнения, а для гидрозакладочного массива – модель Кулона–Мора. К моделям второй группы можно отнести математическую модель деформирования гидрозакладочного массива возрастом до 29 лет, разработанную в ОАО «Галургия» [23], а также модели раздробленных соляных пород, разработанные для прогноза геомеханических процессов в окрестности хранилищ ядерных отходов [24–28].

Модель Кулона–Мора является простой идеально упругопластической моделью и обычно применяется для пластичных или сыпучих пород, а также нашла применение для прогноза предельной нагрузки на междукамерные целики. Модель представляет собой билинейную зависимость касательных напряжений от нормальных. В осях главных напряжений модель Кулона–Мора представляет собой расширяющуюся шатровую неограниченную поверхность (рис. 3), в основании которой лежит шестиу-

Таблица 1. Программа проведения испытаний  
Table 1. Test program

Номер ступени	Время набора давления $t_{\text{наб}}$ , мин	Время выдержки давления $t_{\text{выд}}$ , мин	Гидростатическое давление $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ , МПа
1	2	5	0,25
2	2	5	0,50
3	2	5	0,75
4	2	5	1,00
5	5	10	2,50
6	5	10	5,00
7	10	15	10,00
8	15	15	15,00
9	15	15	20,00

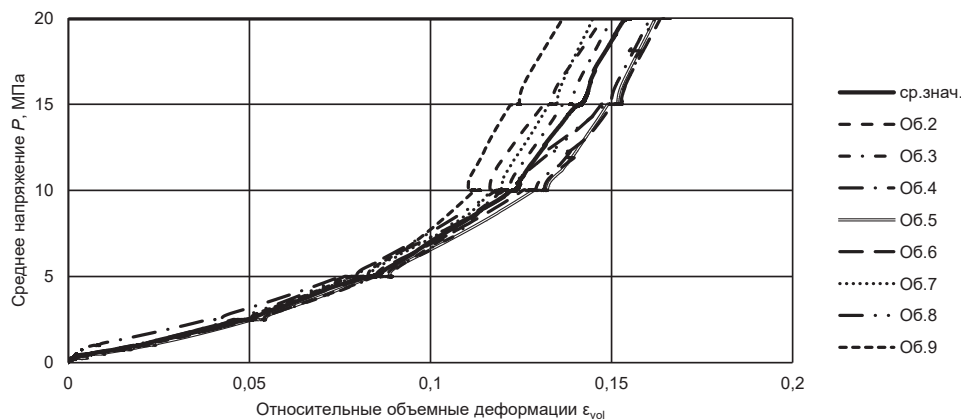


Рисунок 1. Зависимость средних напряжений от относительных объемных деформаций  
Figure 1. Dependence of average stresses on relative volumetric strains

гольник. Критерий прочности Кулона–Мора выглядит следующим образом:

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg}(\varphi) + C,$$

где  $\tau$  – касательные напряжения;  $\sigma_n$  – нормальные напряжения;  $C$  – сцепление (пересечение кривой критерия прочности с осью касательных напряжений на паспорте прочности породы);  $\varphi$  – угол внутреннего трения.

Модель Кулона–Мора часто используется для быстрых геомеханических расчетов, однако недостаточно корректно описывает реальное поведение геоматериала, завышая его прочностные свойства на стадии перехода от упругого поведения к пластическому, а также не учитывает реологическое поведение, свойственное соляным породам. Согласно [29], закладочные материалы под нагрузкой ведут себя нелинейно, на их напряженно-деформированное состояние влияет траектория нагружения, что требует применения более сложных моделей, нежели модель Кулона–Мора, таких, как например модель двойного пластического течения.

Модель Кулона–Мора использовалась при моделировании гидравлически размещенной закладки в работе [3]. В работе решалась плоская задача, рассматривалась нагрузка на целик в зависимости от степени заполнения камеры. Согласно расчетам, гидравлически размещенный закладочный массив начинает оказывать влияние на междуканальные целики при степени заполнения около 50 %, при полном заполнении камер гидравлически размещенным закладочным массивом целики имеют практически бесконечную несущую способность.

Модель двойного пластического упрочнения разработана специально для гидравлически размещенных, а также для слабоцементированных гранулированных материалов, к которым можно отнести гидрозакладочный массив. Данная модель [29] достаточно хорошо описывает материалы, в которых развиваются необратимые деформации до достижения материалом предельного состояния, иными словами, происходит упрочнение материала под нагрузкой. Модель двойного пластического упрочнения основана на совершенствовании модели Кулона–Мора с упрочнением/разупрочнением, однако в отличие от нее в пространстве главных напряжений модель двой-

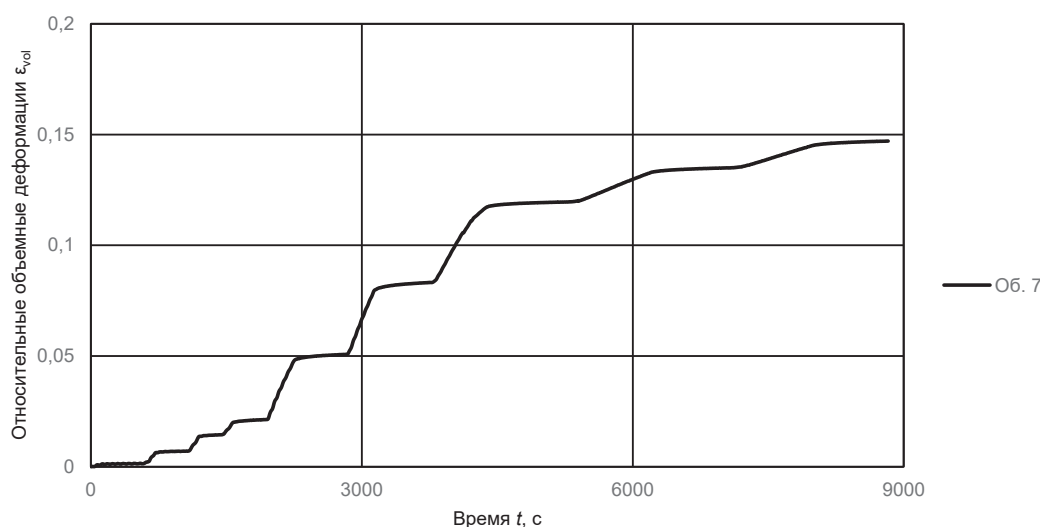
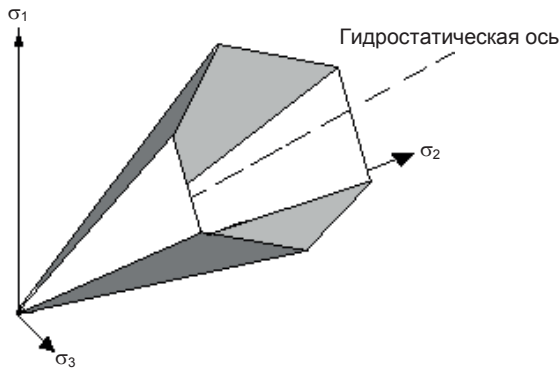


Рисунок 2. Зависимость относительных объемных деформаций от времени  
Figure 2. Dependence of relative volumetric deformations on time

Таблица 2. Скорости установившейся объемной ползучести  
Table 2. Rates of steady-state volumetric creep

Этап	Время начала $t_1$ , с	Время окончания $t_2$ , с	Начальные деформации ползучести $\epsilon_{vol1}^{cr}$ , мм	Конечные деформации ползучести $\epsilon_{vol2}^{cr}$ , мм	Гидростатическое давление ступени, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ , МПа	Скорость ползучести $\dot{\epsilon}_{vol1}^{cr}$ , мм/с
1	184	530	0,00701	0,00873	0,25	0,000004971
2	816	1100	0,00354	0,04220	0,50	0,000136127
3	1296	1482	0,08000	0,08730	0,75	0,000039247
4	1593	1967	0,11400	0,12600	1,00	0,000032086
5	2257	2853	0,26400	0,28200	2,50	0,000030201
6	3145	3706	0,41500	0,42900	5,00	0,000024955
7	4408	5281	0,55200	0,55360	10,00	0,00001833
8	6235	7078	0,55090	0,56190	15,00	0,000013049
9	7966	8823	0,56709	0,56829	20,00	0,00001400



**Рисунок 3. Шатровая поверхность модели Кулона–Мора в осях главных напряжений**  
**Figure 3. Tent surface of the Coulomb–Mohr model in the axes of principal stresses**

ного пластического упрочнения имеет «крышку» – часть, которая ограничивает поверхность пластического течения плоскостью перпендикулярной гидростатической оси. Данная «крышка» является объемной поверхностью текучести и определяет упрочнение от объемных пластических деформаций.

Полная деформация модели двойного пластического упрочнения [25]:

$$\Delta e_i = \Delta e_i^e + \Delta e_i^p,$$

где  $e_i^e$  – упругая составляющая деформации;  $e_i^p$  – пластическая составляющая деформации.

Пластическая деформация [25]:

$$\Delta e_i^p = \Delta e_i^{ps} + \Delta e_i^{pt} + \Delta e_i^{pv},$$

где  $\Delta e_i^{ps}$  – пластическая деформация сдвига;  $\Delta e_i^{pt}$  – пластическая деформация растяжения;  $\Delta e_i^{pv}$  – пластическая объемная деформация.

Функция пластического течения сдвига имеет вид [25]:

$$f^s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi},$$

$$N_\phi = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi},$$

где  $\sigma_{1,3}$  – главные нормальные напряжения;  $c$  – сцепление;  $\phi$  – угол внутреннего трения.

Функция пластического течения растяжения имеет вид [17]:

$$f = \sigma_{pp} - \sigma_3,$$

где  $\sigma_{pp}$  – прочность на растяжение.

Функция пластического объемного течения имеет вид [25]:

$$f^v = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + p_c,$$

где  $p_c$  – давление «крышки», т. е. часть поверхности пластического течения в процессе упрочнения/разупрочнения материала.

Функции упрочнения/разупрочнения в модели двойного пластического упрочнения определяются пользователем в табличной форме. При этом в рамках поверхностей текучести при сдвиге и объемной деформации может происходить как упрочнение, так и разупрочнение, а при растяжении только разупрочнение [25].

Модель двойного пластического упрочнения использовалась для моделирования сухого закладочного массива из отходов соляного производства в работе [3]. При этом закладочный массив начинает оказывать влияние на междукламерный целик только при полном опускании кровли.

Говоря о механике соляных пород, следует также учитывать фактор реологии. Закладочные массивы или отвалы из раздробленных солей, как и ненарушенные соляные породы, обладают ползучестью, что показано в работе [24].

Еще одна модель разработана С. А. Константиновой [23] в процессе исследования гидрозакладочных массивов Верхнекамского месторождения калийно-магниевых солей. Модель описывает работу гидрозакладочного материала БПКРУ-1, в результате лабораторных испытаний автор определяет зависимости плотности, прочности на сжатие и растяжение в зависимости от «возраста» закладочного массива  $t$  [23]:

$$\rho(t) = 0,0139 + 7,5 \cdot 10^{-5} (t - 1);$$

$$\sigma_{сж} = 0,0004 t^3 - 0,0243 t^2 + 0,536 t + 0,4221;$$

$$\sigma_p = 0,079 + 5,36 \cdot 10^{-3} (t - 1),$$

где  $t$  – время;  $\rho$  – плотность;  $\sigma_{сж}$  – прочность на сжатие;  $\sigma_p$  – прочность на растяжение.

На упругой стадии работы материала определяющие соотношения [23]:

$$\tilde{\sigma} = 2G\tilde{\epsilon}; \sigma = \frac{D}{1 - 2\mu} \epsilon; G = \frac{D}{2(1 + \mu)},$$

где  $\tilde{\sigma}$  – девиатор напряжений;  $\tilde{\epsilon}$  – девиатор деформаций;  $G$  – модуль сдвига;  $\sigma$  – среднее напряжение;  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $\epsilon$  – средняя деформация.

В качестве критерия разрушения используется соотношение [24]:

$$\sigma_3 = A - \sigma B,$$

где  $\sigma_3$  – эквивалентное разрушающее напряжение;  $A, B$  – параметры, вычисляемые с помощью прочности на сжатие и растяжение [23].

В областях, подверженных разрушению, процесс деформирования моделируется переменным модулем деформации [23] по значениям критериев  $A$  и  $B$ , для остаточной прочности:

$$D = \frac{A_{ост} - \sigma B_{ост}}{\epsilon_i},$$

где  $\epsilon_i$  – интенсивность нормальных деформаций.

Данная модель, по утверждению автора, занижает расчетную разрушающую деформацию гидрозакладки по

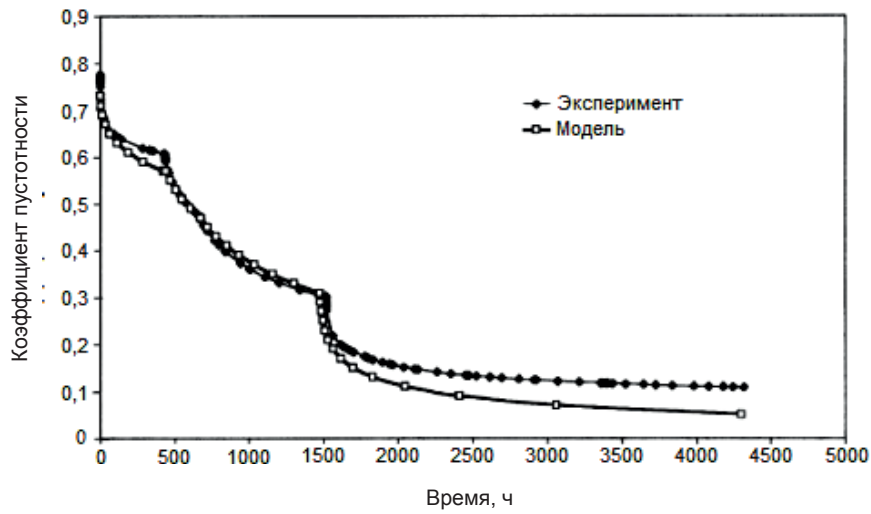


Рисунок 4. Зависимость коэффициента пустотности от времени [24]  
 Figure 4. Dependence of void ratio on time [24]



Рисунок 5. Механизм деформирования раздробленных соляных пород в осях девиаторных и средних напряжений [24]  
 Figure 5. Mechanism of deformation of crushed salt rocks in the axes of deviatoric and average stresses [24]

сравнению с экспериментальными данными, особенно с учетом высокого бокового давления, так, например, при боковом давлении, равном 2 МПа, расчетная деформация равна 6,4 мм, в то время как экспериментально установленная составляет 11,2 мм.

Среди моделей зарубежных авторов следует выделить модель испанских исследователей С. Оливеллы и А. Генса, разработанную для измельченных соляных пород, представленную в работе [25]. Модель создана для решения термомеханических задач и основана на двух механизмах ползучести, таких как FADT – ползучесть при диффузном переносе жидкости (фильтрационная консолидация) и DC – ползучесть при сдвиге частиц (ползучесть скелета геоматериала), а также законе вязкопластического течения. Авторы сравнивали прогнозные данные модели с результатами компрессионных испытаний, получив хорошую сходимость (рис. 4).

Скорость деформации ползучести для данной модели записывается в виде [24]:

$$\frac{d\epsilon_{ij}^c}{dt} = \frac{d\epsilon_{ij}^{FADT}}{dt} + \frac{d\epsilon_{ij}^{DC}}{dt} = \frac{1}{2\eta_{FADT}^d} (\sigma'_{ij} - p'\delta_{ij}) + \frac{1}{3\eta_{FADT}^v} p'\delta_{ij} + \frac{1}{\eta_{DC}^d} \Phi(F) \frac{\partial G}{\partial \sigma'_{ij}},$$

где  $d\epsilon/dt$  – скорость деформаций;  $\eta$  – коэффициент вязкости;  $p'$  – среднее напряжение;  $\delta_{ij}$  – дельта Кронекера;  $\sigma'_{ij}$  – тензор эффективных напряжений;  $\Phi$  – функция, используемая в вязкопластической модели;  $F$  – функция вязкопластической текучести;  $G$  – закон течения для вязкопластической модели; индексы  $V, d$  – объемная и девиаторная составляющие ползучести.

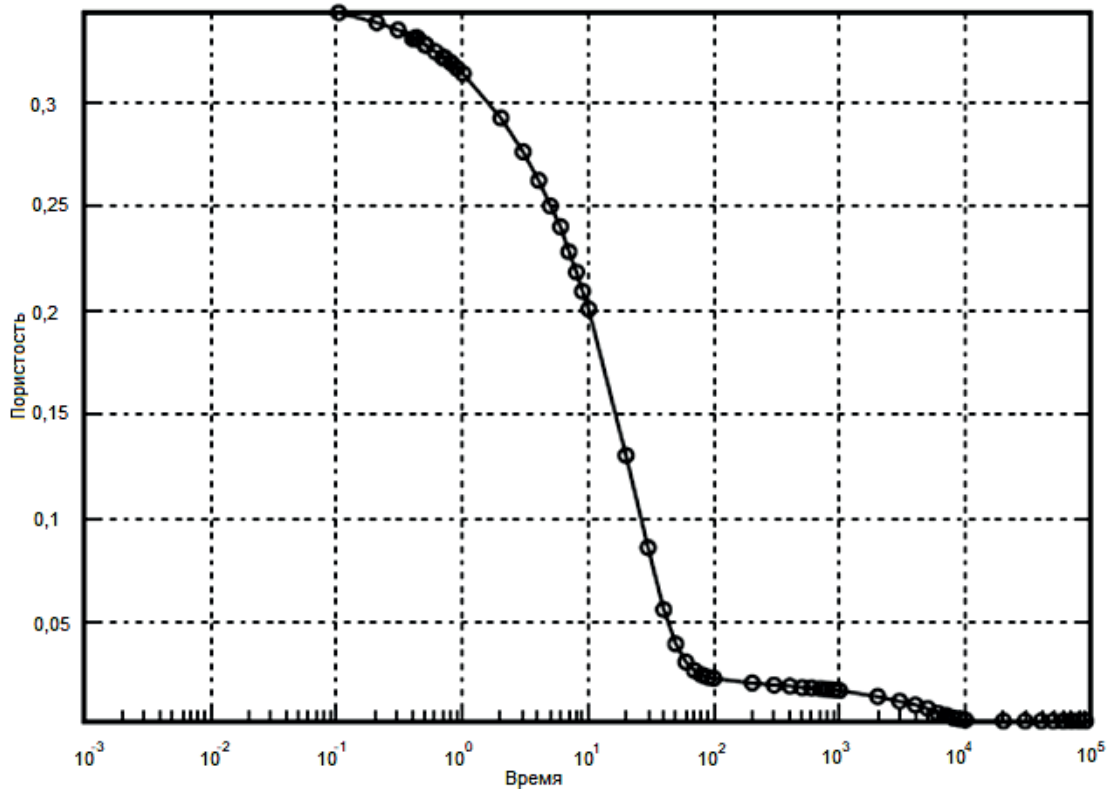


Рисунок 6. Перемещения контура выработки во времени [30]  
 Figure 6. Movements of the excavation contour over time [30]

Закон вязкопластичности [24]:

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^{VP}}{dt} = \frac{1}{\eta_{VP}^d} \langle \Phi(F^{VP}) \rangle \frac{\partial F^{VP}}{\partial \sigma'_{ij}},$$

$$F^{VP} = \sqrt{q^2 + M^2(p' - p_t)(p' - p_0)},$$

где  $q$  – девиаторное напряжение;  $p_0, p_t$  – параметры упрочнения (значения средних напряжений);  $M$  – константа материала; индекс  $VP$  – вязкопластический характер деформирования.

На рис. 5 представлен механизм вязкопластического деформирования измельченной соли.

Модель С. Оливеллы и А. Генса использовалась в работе [30]. Модель была реализована в численном коде CODE\_BRIGHT (Coupled Deformation BRIne Gas and HeatTransport problems) созданном специально для решения термомеханических задач. Решаемая задача представлена объемной моделью с пройденными на глубине 750 и 800 м выработками, в которых располагались емкости с радиоактивными отходами и закладочный материал.

В работе основной акцент сделан на исследовании влияния температуры на фильтрационно-механическое поведение закладочного массива и вмещающих пород. В работе представлены закономерности изменения температуры закладочного массива и горных пород во времени от момента размещения ядерных отходов и их засыпки раздробленными соляными породами на временном отрезке до 10 лет. При этом результаты моделирования

сравнивались с экспериментальными данными. Замер температур производился в четырех точках: кровле, стенках и почве выработки, а также на глубине 2,2 м относительно уровня почвы выработки.

Прогнозные и фиксированные в натуре значения хорошо согласуются в зоне кровли и стенок выработки, однако в месте непосредственного соприкосновения радиоактивных горячих отходов с почвой выработки и на глубине 2,2 м есть значительные отклонения в температуре, при этом прогнозные значения оказались меньше экспериментальных.

На рис. 6 представлены горизонтальные и вертикальные перемещения выработки во времени.

Горизонтальные перемещения контура в модели были выше зафиксированных в натуре на 50 %, согласованность вертикальных перемещений в модели и натуре была лучше, в первые пять лет разница была незначительной, затем натурные перемещения стали увеличиваться относительно прогнозных вплоть до 120 % последних.

В модели Г. Каллахана [26, 28], основанной на работах [31], рассматривается похожий механизм деформаций измельченной соли, основанный на ползучести при сдвиге частиц и ползучести при диффузном переносе жидкости. Тензор скорости неупругой деформации записывается в виде:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \frac{\dot{\varepsilon}_{ij}^d \varepsilon_{ij}^w}{\sigma_{eq}} \left\{ \frac{k_0 \Omega^{k_1} \sigma_m \delta_{ij}}{3} + k_2 \left( \frac{2-D}{D} \right)^{2n(n+1)} \times \right. \\ \left. \times 2\sqrt{J_2} \cos \psi \left( \left[ \frac{\cos 2\psi}{\cos 3\psi} \right] \frac{S_{ij}}{\sqrt{J_2}} + \left[ \frac{\sqrt{3} \sin \psi}{J_2 \cos 3\psi} \right] t_{ij} \right) \right\},$$

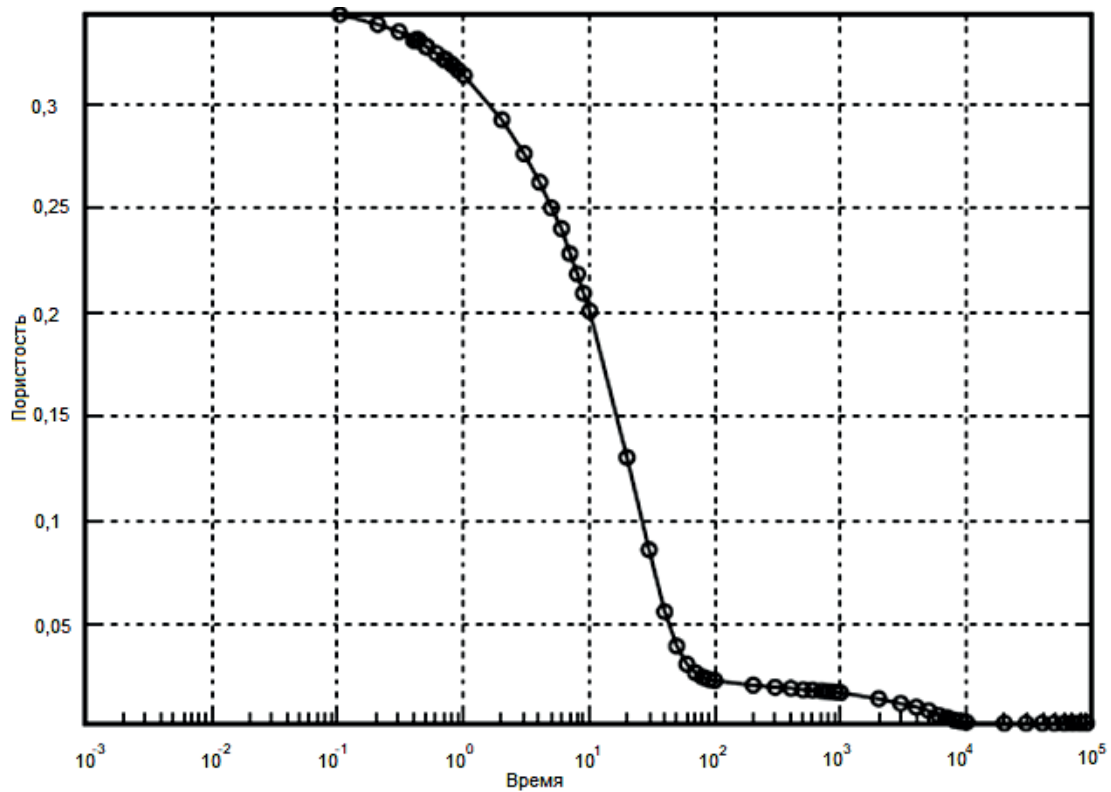


Рисунок 7. Изменение пористости закладочного массива во времени [33]  
 Figure 7. Change in porosity of the backfill mass over time [33]

Таблица 3. Оценка применимости моделей для различных геомеханических задач  
 Table 3. Assessment of the applicability of models for various geomechanical problems

Тип задач	Наименование моделей				
	Кулона–Мора	Двойного пластического упрочнения	Модель С. А. Константиновой	Модель С. Оливеллы и А. Генса	Модель Г. Каллахана (WIPP salt model)
Прогноз напряженно-деформированного состояния массива без учета фактора времени	+	+	+	+	+
Решение задач связанных с прогнозом длительных деформаций	–	–	+	+	+
Решение термомеханических задач	–	–	–	+	+

где  $D$  – фракционная плотность (отношение текущей плотности к максимально возможной для данного материала);  $\psi$  – угол Лоде;  $J_2$  – второй вариант тензора напряжений;  $\sigma_m$  – среднее напряжение;  $\eta_0, \eta_1, \eta_2, k_0, k_1, k_2, n$  – константы материала.

Скорость неупругой деформации при реализации механизма ползучести при сдвиге частиц записывается в виде:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^d = F \dot{\epsilon}_s,$$

где  $F$  – функция перехода, отражающая три ветви: ветвь упрочнения, равновесия и восстановления;  $\dot{\epsilon}_s$  – установившаяся скорость деформации.

Скорость неупругой деформации при реализации механизма ползучести при диффузном переносе жидкости [29]:

$$\Gamma = \begin{cases} 1, & \text{при малых деформациях } (\exp(\epsilon_v) - 1 > -15\%) \\ \left[ \frac{\exp(\epsilon_v)}{\phi_0 \exp(\epsilon_v)} \right]^{n_s}, & \text{при больших деформациях } (\exp(\epsilon_v) - 1 < -15\%) \end{cases}$$

где  $r_1, r_3, r_4, a, p, Q_s, n_s$  – константы материала;  $w$  – влажность;  $d$  – средний размер зерен;  $T$  – абсолютная температура;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $\phi_0$  – начальная пористость;  $\epsilon_v$  – объемные деформации.

В настоящее время в программном пакете FLAC3D реализована модель WIPP Salt model [26], основанная на работах [32].

Согласно руководству [25], связь скоростей упругих напряжений и деформаций:

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2G \left[ \dot{\epsilon}_{ij}^e - \frac{\dot{\epsilon}_{kk}^e}{3} \delta_{ij} \right] + K \dot{\epsilon}_{kk}^e \delta_{ij},$$

где  $G$  – модуль сдвига;  $K$  – объемный модуль упругости.



Пример использования модели WIPP для решения термомеханической задачи представлен в работе [33]. В работе рассматривается осесимметричная плоская задача, геометрия представлена прямоугольной моделью высотой 1200 м и шириной 25 м, в центре модели расположена выработка с емкостью для хранения ядерных отходов, засыпанной закладочным материалом из раздробленных солей. Авторы проводили исследование температурного режима во вмещающих породах, закладочном массиве и самой емкости для хранения отходов. Помимо этого, в работе представлены расчеты значений пористости и порового давления в закладочном массиве во времени, однако экспериментальных измерений произведено не было, пример расчетов пористости закладочного массива (среднее значение в поперечном сечении выработки) представлен на рис. 7.

#### Заключение

В работе выполнен анализ моделей раздробленных соляных пород, которые нашли широкое применение в практике решения различных геомеханических задач (табл. 3).

Модели Кулона–Мора и двойного пластического упрочнения использовались для расчетов задач, связанных с нагружением междукамерных целиков добычных выработок калийных рудников, однако верификации с натурными данными не проводилось.

Модель С. А. Константиновой калибрована по ряду лабораторных и натуральных испытаний, однако, как отмечает автор, модель занижает расчетную разрушающую

деформацию гидрозакладки по сравнению с экспериментальными данными? особенно с учетом высокого бокового давления.

Модель С. Оливеллы и А. Генса дает большие погрешности при прогнозе деформаций выработки для захоронения ядерных отходов с учетом закладки выработанного пространства дробленными соляными породами.

Модель WIPP использовалась для решения задач термомеханики и прогноза деформаций выработки с учетом закладки выработанного пространства, однако верификации в рассмотренной работе [33] не проводилось, в то же время при создании данной модели проводились обширные лабораторные и полевые исследования, а сама модель внедрена в популярный расчетный комплекс FLAC.

Дальнейшее развитие моделей закладочных массивов из раздробленных соляных пород для условий добычи полезных ископаемых предлагается осуществлять на основе описания поверхностей пластического течения с участием упрочнения/разупрочнения полученных в результате обширных лабораторных и полевых изысканий.

В рамках лабораторных изысканий были получены зависимости среднего напряжения от относительных объемных деформаций и времени, а также была определена скорость установившейся ползучести на каждом этапе нагружения. В дальнейшем данные изыскания будут дополняться и использоваться для разработки модели деформирования, учитывающей различные траектории нагружения раздробленных соляных пород.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барях А. А., Евсеев А. В. Ликвидация калийных рудников и соляных шахт: обзор и анализ проблемы // ГИАБ. 2019. № 9. С. 5–29. <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2019-09-0-5-29>
2. Рыбак Я., Хайрутдинов М. М., Кузиев Д. А., Конгар-Сюрюн Ч. Б., Бабырь Н. В. Прогнозирование геомеханического состояния массива при отработке соляных месторождений с закладкой // Записки Горного института. 2022. Т. 253. С. 61–70. <https://doi.org/10.31897/PMI.2022.2>
3. Ковальский Е. Р., Громцев К. В., Петров Д. Н. Моделирование процесса деформирования междукамерных целиков в условиях закладки очистных камер // ГИАБ. 2020. № 9. С. 87–101. <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2020-9-0-87-101>
4. Константинова С. А., Ваулина И. Б. Влияние закладки выработанного пространства на напряженно-деформированное состояние карналлитовых междукамерных целиков // Известия ТулГУ. Науки о Земле. 2012. № 1. С. 71–76.
5. Лобанов С. Ю., Шумихина А. Ю. О влиянии свойств закладки на несущую способность междукамерных целиков // ГИАБ. 2011. № 4. С. 24–27.
6. Великов А. А., Беляков Н. А. Методика прогноза напряженно-деформированного состояния междукамерных целиков, закрепленных податливой тросовой крепью // ГИАБ. 2023. № 4. С. 20–34. [https://doi.org/10.25018/0236\\_1493\\_2023\\_4\\_0\\_20](https://doi.org/10.25018/0236_1493_2023_4_0_20)
7. Барях А. А., Асанов В. А., Санфиоров И. А. Методика контроля устойчивости соляных междукамерных целиков // Записки Горного института. 2013. Т. 205. С. 134–138.
8. Санковский А. А., Ковальский Е. Р. Оценка параметров напряженно-деформированного состояния массива в окрестности очистных камер // Записки Горного института. 2014. Т. 207. С. 63–65.
9. Гилев М. В., Константинова С. А., Мараков В. Е., Чернопазов С. А. Закладка выработанного пространства при разработке сильвинитовых пластов на Верхнекамских рудниках как конструктивный элемент системы разработки, позволяющий повысить коэффициент извлечения полезного ископаемого из недр // Маркшейдерский вестник. 2007. № 1. С. 33–40.
10. Конгар-Сюрюн Ч. Б., Фараджов В. В., Тюляева В. С., Хайрутдинов А. М. Исследование влияния активационной обработки на галитовые отходы обогащения при приготовлении закладочной смеси // ГИАБ. 2021. № 1. С. 43–57. <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2021-1-0-43-57>
11. Николаева Т. Н. Инженерно-геологическое обоснование рационального размещения отходов калийного производства: дис. ... геол.-минерал. наук. СПб: СПбГГИ, 1998. 135 с.
12. Yubero M. T., Olivella S., Gens A., Bonet E., Lloret A., Alfonso P. Analysis of the process of compaction movements of deposits of crushed salt tailings // Engineering Geology. 2021. Vol. 293. Article number 106290. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2021.106290>
13. Brodsky N. S., Hansen F. D., Pfeifle T. W. Properties of dynamically compacted WIPP salt. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Labs. (SNL-NM). 1996. issue SAND-96-0838C; CONF-9606115-6. 15 p. URL: <https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc669714/m1/15/>
14. Sjaardema G. D., Kreig R. D. A constitutive model for the consolidation of WIPP (Waste Isolation Pilot Plant) crushed salt and its use in analyses of backfilled shaft and drift configurations. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Labs., 1987. Issue SAND-87-1977. 68 p.
15. Somtong S., Khamrat S., Fuenkajorn K. Laboratory performance assessment of consolidated crushed salt for backfill material in potash mine openings // Engineering Journal of Research and Development. 2015. Vol. 26. No. 1. P. 15–22.
16. Paneru L. P., Bauer S. J., Stormont J. C. Thermal properties of consolidated granular salt as a backfill material // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2018. Vol. 51. P. 911–923. <https://doi.org/10.1007/s00603-017-1353-5>
17. Broome S. T., Bauer S. J., Hansen F. D., Mills M. Mechanical response and microprocesses of reconsolidating crushed salt at elevated temperature // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2015. Vol. 48. P. 2615–2629. <https://doi.org/10.1007/s00603-015-0840-9>

18. Bauer S. J., Urquhart A. R. Thermal and physical properties of reconsolidated crushed rock salt as a function of porosity and temperature // *Acta Geotechnica*. 2016. Vol. 11. P. 913–924. <https://doi.org/10.1007/s11440-015-0414-8>
19. Протосеня А. Г., Катеров А. М. Обоснование параметров реологической модели соляного массива // ГИАБ. 2023. № 3. С. 16–28. [https://doi.org/10.25018/0236\\_1493\\_2023\\_3\\_0\\_16](https://doi.org/10.25018/0236_1493_2023_3_0_16)
20. Karasev M. A., Protosenya A. G., Katerov A. M., Petrushin V. V. Analysis of shaft lining stress state in anhydrite-rock salt transition zone // *Rudarsko Geološko Naftni Zbornik (The Mining-Geology-Petroleum Engineering Bulletin)*. 2022. Vol. 37. No. 1. P. 151–162. <https://doi.org/10.17794/rgn.2022.1.13>
21. Козловский Е. Я., Журавков М. А. Определение и верификация параметров расчетной модели соляных пород с учетом разупрочнения и ползучести // *Записки Горного института*. 2021. Т. 247. С. 33–38. <https://doi.org/10.31897/PMI.2021.1.4>
22. Паньков И. Л., Морозов И. А. Деформирование соляных пород при объемном многоступенчатом нагружении // *Записки Горного института*. 2019. Т. 239. С. 510–519. <https://doi.org/10.31897/pmi.2019.5.510>
23. Константинова С. А., Чернопазов С. А., Асанов В. А. Математическая модель состояния закладочного массива на Верхнекамском месторождении калийных солей // *Известия вузов. Горный журнал*. 2010. № 1. С. 44–49.
24. Olivella S., Gens A. A constitutive model for crushed salt // *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. 2002. Vol. 26. Issue 7. P. 719–746. <https://doi.org/10.1002/NAG.220>
25. Program guide – FLAC3D 7.0 documentation. URL: [https://docs.itascacg.com/flac3d700/common/docproject/source/manual/program\\_guide/program\\_guide.html?node67cg.com](https://docs.itascacg.com/flac3d700/common/docproject/source/manual/program_guide/program_guide.html?node67cg.com)
26. Callahan G. D., Mellegard K. D., Hansen F. D. Constitutive behavior of reconsolidating crushed salt. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Lab. (SNL-NM), 1998. Issue SAND-98-0179C; CONF-980620. 15 p.
27. Van Sambeek L. L. Testing and modelling of backfill used in salt and potash mines // *Proceedings of the Rock Support in Mining and Underground Construction*. Balkema, Rotterdam, 1992. P. 583–589.
28. Callahan G. D., Loken M. C., Hurtado L. D., Hansen F. D. Evaluation of constitutive models for crushed salt. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Labs., 1996. Issue SAND-96-0791C. 14 p.
29. Yan B., Che S., Tannant D. D., Ren F., Wang P. Application of double-yield model in numerical simulation of stability of mining filling body // *Arabian Journal of Geosciences*. 2019. Vol. 12. P. 1–17. <https://doi.org/10.1007/s12517-019-4679-3>
30. Olivella S., Gens A. Thermomechanical modelling of the behaviour of drifts in rock salt // *The Mechanical Behavior of Salt—Understanding of THMC Processes in Salt*. Boca Raton, Florida, USA: CRC Press, 2017. P. 185–194. <https://doi.org/10.1201/9781315106502-21>
31. Zeuch D. H. Isostatic hot-pressing mechanism maps for pure and natural sodium chloride – applications to nuclear waste isolation in bedded and domal salt formations // *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts*. 1990. Vol. 27. Issue 6. P. 505–524. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(90\)91002-0](https://doi.org/10.1016/0148-9062(90)91002-0)
32. Callahan G. D., DeVries K. L. Analysis of Backfilled Transuranic Waste Storage Rooms, RE/SPEC, Inc.: report. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Labs., 1991. Issue SAND91-7052.
33. Blanco-Martín L., Rutqvist J., Battistelli A., Birkholzer J. T. Coupled processes modeling in rock salt and crushed salt including halite solubility constraints: Application to disposal of heat-generating nuclear waste // *Transport in Porous Media*. 2018. Vol. 124. P. 159–182. <https://doi.org/10.1007/s11242-018-1057-7>

Статья поступила в редакцию 03 июня 2023 года

# Laboratory tests and analysis of mathematical models of deformation of crushed salt rocks

Maksim Anatol'evich KARASEV\*  
Aleksandr Aleksandrovich SELIKHOV\*\*  
Andrey Konstantinovich BYCHIN\*\*\*

Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russia

## Abstract

**Relevance of the work.** For a qualitative prediction of the stress-strain state of host rock massifs during the development of potash and salt mines with chamber-pillar mining systems with the backfilling of the excavated space, as well as in other cases of the use of crushed salts as the backfilling masses, it is necessary to take into account the influence of the backfill massive, which determines the relevance of the study devoted to the laboratory tests and analysis of mathematical models of deformation of crushed salt rocks, which usually represent the backfilling massifs used in these cases.

**The purpose of the work** is to analyze situation in the field of mathematical and numerical modeling of deformation of crushed salt rock and investigation of mechanical response of crushed salt rock under hydrostatic conditions.

**Methods.** As the main method of theoretical research, the analysis of modern sources of information related to the subject of the study was used. Laboratory tests were carried out using a standard set of sieves and universal test machine MTS 815.

**Results.** The paper considers the following deformation models used to describe the mechanical response of crushed salt rocks, as well as examples of their use: the Mohr-Coulomb model, the model of double plastic hardening, the S. A. Konstantinova model, the S. Olivella and A. Gens model, and the WIPP Salt model. As part of laboratory studies, data were obtained on the material size modulus, as well as the dependence of the medium pressure on volumetric deformations and volumetric deformations on time, in addition, creep rates for the studied material were obtained at various levels of average stresses under hydrostatic compression conditions.

**Conclusions.** It is proposed to carry out further development of models of crushed salt rocks for mining conditions based on the description of plastic flow surfaces with a hardening/softening area obtained as a result of extensive laboratory and field surveys.

**Keywords:** crushed salt rocks, hydraulic backfilling material, geomechanics, deformation models, chamber-pillar mining system, backfilling massive, nuclear waste storage, salt landfill.


## REFERENCES

1. Baryakh A. A., Evseev A. V. 2019. Liquidation of potash mines and salt mines: review and analysis of the problem. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'* [Mining information and analytical bulletin], no. 9, pp. 5–29. (In Russ.) <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2019-09-0-5-29>
2. Rybak Y., Khairutdinov M. M., Kuziev D. A., Kongar-Syuryun Ch. B., Babyr N. V. 2022. Prediction of the geomechanical state of the massif during the development of salt deposits with backfilling. *Zapiski Gornogo instituta* [Notes of the Mining Institute], vol. 253, pp. 61–70. (In Russ.) <https://doi.org/10.31897/PMI.2022.2>
3. Kovalsky E. R., Gromtsev K. V., Petrov D. N. 2020. Modeling the process of deformation of inter-chamber pillars under the conditions of laying cleaning chambers. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'* [Mining information and analytical bulletin], no. 9, pp. 87–101. (In Russ.) <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2020-9-0-87-101>
4. Konstantinova S. A., Vaulina I. B. 2012. Influence of backfilling of mined-out space on the stress-strain state of carnallite inter-chamber pillars. *Izvestiya TulGU. Nauki o Zemle* [News of the Tula State University. Geosciences], no. 1, pp. 71–76. (In Russ.)
5. Lobanov S. Yu., Shumikhina A. Yu. 2011. On the influence of backfill properties on the bearing capacity of inter-chamber pillars. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'* [Mining information and analytical bulletin], no. 4, pp. 24–27. (In Russ.)
6. Belikov A. A., Belyakov N. A. 2023. Methodology for predicting the stress-strain state of inter-chamber pillars secured with pliable cable support. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'* [Mining information and analytical bulletin], no. 4, pp. 20–34. (In Russ.) [https://doi.org/10.25018/0236\\_1493\\_2023\\_4\\_0\\_20](https://doi.org/10.25018/0236_1493_2023_4_0_20)
7. Baryakh A. A., Asanov V. A., Sanfirov I. A. 2013. Methodology for monitoring the stability of salt inter-chamber pillars. *Zapiski Gornogo instituta* [Notes of the Mining Institute], vol. 205, pp. 134–138. (In Russ.)
8. Sankovsky A. A., Kovalsky E. R. 2014. Estimation of the parameters of the stress-strain state of the massif in the vicinity of the treatment chambers. *Zapiski Gornogo instituta* [Notes of the Mining Institute], vol. 207, pp. 63–65. (In Russ.)

✉ Karasev\_MA@pers.spmi.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-8939-0807>

\*\*s225059@stud.spmi.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-8939-0807>

\*\*\*Bychin\_AK@pers.spmi.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-8939-0807>

9. Gilev M. V., Konstantinova S. A., Marakov V. E., Chernopazov S. A. 2007, Backfilling of mined-out space during the development of sylvinitic layers in the Verkhnekamsk mines as a structural element of the development system, allowing to increase the coefficient of mineral extraction from subsoil. *Marksheyderskiy vestnik* [Surveyor's Bulletin], no. 1, pp. 33–40. (In Russ.)
10. Kongar-Syuryun Ch. B., Faradzov V. V., Tyulyaeva V. S., Khairutdinov A. M. 2021, Study of the influence of activation treatment on halite enrichment waste during the preparation of the filling mixture. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'* [Mining information and analytical bulletin], no. 1, pp. 43–57. (In Russ.) <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2021-1-0-43-57>
11. Nikolaeva T. N. 1998, Engineering-geological justification for the rational disposal of potash production waste. PhD thesis, Saint Petersburg, 135 p. (In Russ.)
12. Yubero M. T., Olivella S., Gens A., Bonet E., Lloret A., Alfonso P. 2021, Analysis of the process of compaction movements of deposits of crushed salt tailings. *Engineering Geology*, vol. 293. Article number 106290. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2021.106290>
13. Brodsky N. S., Hansen F. D., Pfeifle T. W. 1996, Properties of dynamically compacted WIPP salt. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Labs. (SNL-NM), issue SAND-96-0838C; CONF-9606115-6, 15 p. URL: <https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc669714/m1/15/>
14. Sjaardema G. D., Kreig R. D. 1987, A constitutive model for the consolidation of WIPP (Waste Isolation Pilot Plant) crushed salt and its use in analyses of backfilled shaft and drift configurations. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Labs., issue SAND-87-1977, 68 p.
15. Somtong S., Khamrat S., Fuenkajorn K. 2015, Laboratory performance assessment of consolidated crushed salt for backfill material in potash mine openings. *Engineering Journal of Research and Development*, vol. 26, no. 1, pp. 15–22.
16. Paneru L. P., Bauer S. J., Stormont J. C. 2018, Thermal properties of consolidated granular salt as a backfill material. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 51, pp. 911–923. <https://doi.org/10.1007/s00603-017-1353-5>
17. Broome S. T., Bauer S. J., Hansen F. D., Mills M. M. 2015, Mechanical response and microprocesses of reconsolidating crushed salt at elevated temperature. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 48, pp. 2615–2629. <https://doi.org/10.1007/s00603-015-0840-9>
18. Bauer S. J., Urquhart A. R. 2016, Thermal and physical properties of reconsolidated crushed rock salt as a function of porosity and temperature. *Acta Geotechnica*, vol. 11, pp. 913–924. <https://doi.org/10.1007/s11440-015-0414-8>
19. Protosenya A. G., Katerov A. M. 2023, Justification of the parameters of the rheological model of the salt massif. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten'* [Mining information and analytical bulletin], no. 3, pp. 16–28. (In Russ.) [https://doi.org/10.25018/0236\\_1493\\_2023\\_3\\_0\\_16](https://doi.org/10.25018/0236_1493_2023_3_0_16)
20. Karasev M. A., Protosenya A. G., Katerov A. M., Petrushin V. V. 2022, Analysis of shaft lining stress state in anhydrite-rock salt transition zone. *Rudarsko Geološko Naftni Zbornik* [The Mining-Geology-Petroleum Engineering Bulletin], vol. 37, no. 1, pp. 151–162. <https://doi.org/10.17794/rgn.2022.1.13>
21. Kozlovsky E. Ya., Zhuravkov M. A. 2021, Determination and verification of parameters of the calculation model of salt rocks taking into account softening and creep. *Zapiski Gornogo instituta* [Notes of the Mining Institute], vol. 247, pp. 33–38. (In Russ.) <https://doi.org/10.31897/PMI.2021.1.4>
22. Pankov I. L., Morozov I. A. 2019, Deformation of salt rocks under volumetric multistage loading. *Zapiski Gornogo instituta* [Notes of the Mining Institute], vol. 239, pp. 510–519. (In Russ.) <https://doi.org/10.31897/pmi.2019.5.510>
23. Konstantinova S. A., Chernopazov S. A., Asanov V. A. 2010, Mathematical model of the state of the backfill mass at the Verkhnekamsk potassium salt deposit. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal* [News of the universities. Mining journal], no. 1, pp. 44–49. (In Russ.)
24. Olivella S., Gens A. 2002, A constitutive model for crushed salt. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, vol. 26, issue 7, pp. 719–746. <https://doi.org/10.1002/NAG.220>
25. Program guide – FLAC3D 7.0 documentation. URL: [https://docs.itascacg.com/flac3d700/common/docproject/source/manual/program\\_guide/program\\_guide.html?node67cg.com](https://docs.itascacg.com/flac3d700/common/docproject/source/manual/program_guide/program_guide.html?node67cg.com)
26. Callahan G. D., Mellegard K. D., Hansen F. D. 1998, Constitutive behavior of reconsolidating crushed salt. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Lab. (SNL-NM), issue SAND-98-0179C; CONF-980620, 15 p.
27. Van Sambeek L. L. 1992, Testing and modelling of backfill used in salt and potash mines. Proceedings of the Rock Support in Mining and Underground Construction. Balkema, Rotterdam, pp. 583–589.
28. Callahan G. D., Loken M. C., Hurtado L. D., Hansen F. D. 1996, Evaluation of constitutive models for crushed salt. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Labs., issue SAND-96-0791C, 14 p.
29. Yan B., Che S., Tannant D. D., Ren F., Wang P. 2019, Application of double-yield model in numerical simulation of stability of mining filling body. *Arabian Journal of Geosciences*, vol. 12, pp. 1–17. <https://doi.org/10.1007/s12517-019-4679-3>
30. Olivella S., Gens A. 2017, Thermomechanical modelling of the behaviour of drifts in rock salt. The Mechanical Behavior of Salt—Understanding of THMC Processes in Salt. Boca Raton, Florida, USA: CRC Press, pp. 185–194. <https://doi.org/10.1201/9781315106502-21>
31. Zeuch D. H. 1990, Isostatic hot-pressing mechanism maps for pure and natural sodium chloride – applications to nuclear waste isolation in bedded and domal salt formations. *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts*, vol. 27, issue 6, pp. 505–524. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(90\)91002-O](https://doi.org/10.1016/0148-9062(90)91002-O)
32. Callahan G. D., DeVries K. L. 1991, Analysis of Backfilled Transuranic Waste Storage Rooms, RE/SPEC, Inc.: report. Albuquerque, NM (USA): Sandia National Labs., issue SAND91-7052.
33. Blanco-Martín L., Rutqvist J., Battistelli A., Birkholzer J. T. 2018, Coupled processes modeling in rock salt and crushed salt including halite solubility constraints: Application to disposal of heat-generating nuclear waste. *Transport in Porous Media*, vol. 124, pp. 159–182. <https://doi.org/10.1007/s11242-018-1057-7>

The article was received on June 03, 2023