

# Расчет устойчивости отвалов на слабом наклонном контакте

Андрей Викторович ЖАБКО<sup>1\*</sup>,  
Наталья Викторовна ВОЛКОМОРОВА<sup>2\*\*</sup>,  
Наталья Михайловна ЖАБКО<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Уральский государственный горный университет, Екатеринбург, Россия

<sup>2</sup>ПАО «Роснефть», Нягань, ХМАО – ЮГРА, Россия

## Аннотация

**Актуальность темы исследований.** Устойчивые параметры отвалов определяют безопасность ведения горных работ и их экономическую эффективность. Для горных предприятий, осуществляющих отработку месторождений открытым способом и особенно угольных разрезов, данная проблема стоит особенно остро. Одной из главных проблем данного вопроса является обоснование строгих способов оценки устойчивости и определения предельных параметров внешних и внутренних отвалов, отсыпаемых на слабый наклонный контакт. При достаточно продолжительной истории развития данного вопроса как в технической, так и в нормативной литературе отсутствуют конкретные рекомендации по отысканию наиболее опасных поверхностей скольжения в откосах, а также способах расчета сдвигающих и удерживающих сил вдоль данных поверхностей. Вместе с тем имеются все основания считать, что причиной нарушения устойчивости эксплуатируемых отвалов является отсутствие теоретически обоснованных расчетных схем, соответственно возникают ошибки проектирования отвалообразования.

**Целью работы** является разработка надежных методов расчета предельных параметров отвалов на слабом наклонном контакте.

**Основной идеей** работы является использование новой, ранее не применявшейся схемы расчета устойчивости отвалов на слабом наклонном контакте.

**Методы исследований.** В работе широко применен аппарат механики сплошной среды, а более конкретно – жесткопластической модели (метода предельного равновесия), а в качестве математического аппарата выступает вариационное, интегральное и дифференциальное исчисление.

**Результаты и выводы.** По результатам ранее выполненных исследований предложена новая схема расчета устойчивости отвала при его разрушении по слабому контакту, подразумевающая отсутствие криволинейного участка поверхности скольжения под откосом и выпуклую форму поверхности скольжения под бермой. Такая схема расчета прогнозирует значительно меньшие значения предельных параметров отвалов в отличие от существующих расчетных схем. То есть использование предлагаемой схемы позволит предупредить разрушения отвалов подошвенными оползнями и повысить экономическую эффективность работы предприятий. В связи с тем, что установлено достаточно большое завышение предельных параметров отвалов на слабом контакте, регламентированных действующим нормативными документами, рекомендуется произвести пересмотр данных параметров для проектируемых и эксплуатируемых отвалов, используя предлагаемые схемы расчета их устойчивости.

**Ключевые слова:** отвал, основание, слабый контакт, поверхность скольжения, угол излома, сдвигающие и удерживающие силы, подошвенный оползень, высота отвала, предельные параметры отвалов, номограммы устойчивости, сейсмическая нагрузка, поровое давление, давление от горнотранспортного оборудования.

## Введение

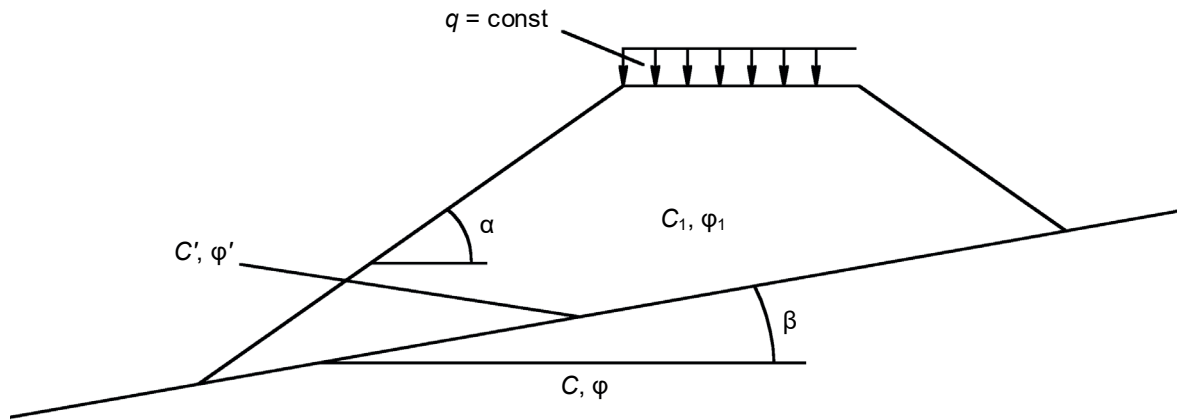
Обоснование устойчивых параметров отвалов, отсыпаемых на почву отработанных пластов (внутренние отвалы) и неподготовленное наклонное основание внешних отвалов является крайне актуальной и нерешенной проблемой практически для всех горных предприятий. Это связано, прежде всего, с отсутствием подготовленных площадей под отвалообразование. Экономическая целесообразность уменьшения плеча (в том числе безтранспортные системы разработки и отвалообразования) откатки и нецелесообразность подготовки оснований внешних отвалов (выторфовка, снятие обводненных

глинистых отложений) и почв отработанных пластов приводит к неизбежности размещения отвальных масс, в том числе с примесями четвертичных отложений, на наклонное неподготовленное основание. Отсутствие достаточно обоснованных и надежных схем расчета таких отвалов предопределяет повсеместные нарушения устойчивости откосов отвалов на предприятиях и неэффективность использования отвальных площадей. Для горных предприятий, осуществляющих отработку месторождений открытым способом, особенно угольных разрезов, данная проблема стоит особенно остро.

✉ zhabkoav@mail.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-3081-9522>

\*\*nvolkomorova1985@mail.ru



**Рисунок 1. Схема отвала на слабом наклонном основании.**  
**Figure 1. Scheme of the dump on weak gently dipping interface.**

На рис. 1 показан отвал, расположенный на слабом наклонном основании. В зависимости от соотношений параметров, влияющих на его устойчивость, возможны три варианта его разрушения:

- 1) разрушение произойдет по поверхности скольжения, проходящей только в породах отвала;
- 2) поверхность скольжения частично или полностью будет совпадать с контактом *отвал–основание*;
- 3) поверхность скольжения преломляется на контакте *отвал–основание*, проходит по породам основания и выходит на некотором расстоянии от нижней бровки откоса.

В связи со сказанным расчет отвала по первому варианту идентичен расчету однородного откоса, по второму – анизотропного, а по третьему – неоднородного откоса.

Для оценки устойчивости или определения предельных параметров отвалов необходимо произвести расчет по каждой из схем и определить схему разрушения по наименьшему коэффициенту запаса или иному критерию устойчивости.

В настоящей работе речь пойдет только о расчете по второй схеме, т. е. когда поверхность скольжения целиком или полностью будет совпадать с контактом *отвал–основание*.

**Изученность вопроса**

К сожалению, степень изученности данного вопроса оставляет желать лучшего. В нормативном документе [1] приводится лишь возможная схема потери устойчивости откосом отвала (призмы смещения), а именно преломление криволинейной части поверхности скольжения на контакте *отвал–основание* под откосом. Ни о форме, ни о положении в массиве криволинейной части поверхности скольжения ничего не говорится. Для определения угла излома поверхности скольжения рекомендуется зависимость [1]:

$$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi - \varphi'}{2} - \frac{1}{2} \arcsin \left[ \frac{\sin \varphi'}{\sin \varphi} \right], \tag{1}$$

где  $\varphi, \varphi'$  – угол внутреннего трения пород и угол трения по контактам соответственно.

Зависимость (1) имеет ряд очевидных недостатков [2]:

- 1) предположение о том, что в точке излома площадка скольжения отклонена от направления действия  $\sigma_1$  на угол  $\pi/4 - \varphi/2$  для произвольной формы откоса и нагрузки на него, бездоказательно (данный постулат лежит в основе способа);
- 2) условие специального предельного равновесия возможно не для всех профилей откоса, в частности, оно не выполняется для вогнутых откосов;
- 3) зависимость (1) инвариантна относительно угла падения контакта, что не подтверждается практикой и теорией данного вопроса.

По большому счету, главной причиной этих недостатков является то, что зависимость (1) получена только из условия выполнения в точке излома условий обычного и специального предельного равновесия, что, безусловно, верно, но не из условия экстремальности сил вдоль поверхности скольжения.

В нормативном документе [3] зависимость (1) уже не рекомендуется к использованию, а схема расчета остается такой же, как и в [1]. Однако в этом случае степень произвольности при расчете только возрастает.

Необходимо также отметить, что в отечественной научно-технической и нормативной литературе [1, 3–7] вообще не рассматривается устойчивость отвалов с углом падения контактов  $\beta > 14^\circ - 15^\circ$ , т. е. отвалов, имеющих сцепление по контакту (как известно, отвалы без сцепления по основанию неустойчивы при  $\beta > \varphi'$ ).

В иностранной литературе по устойчивости, в том числе нормативной, вопросам устойчивости анизотропных откосов и, в частности устойчивости отвалов, вообще уделяется крайне мало внимания [8–13].

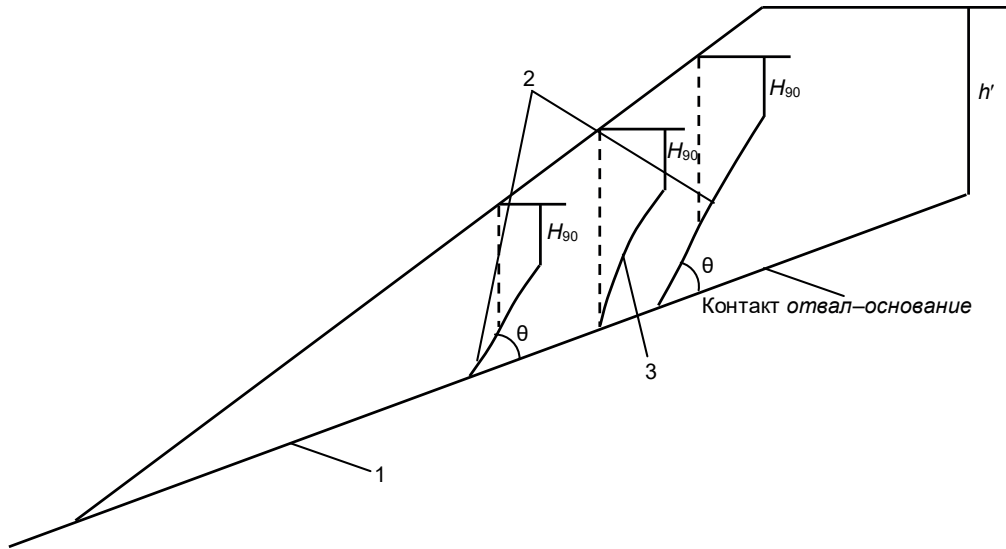


Рисунок 2. Схемы расчета устойчивости анизотропных откосов (отвалов на слабом контакте).  
 Figure 2. Schemes for calculating the stability of anisotropic slopes (dumps on weak gently dipping interface).

**Предлагаемые решения**

Правилами [1] для откосов отвалов, бортов карьеров и уступов при рассматриваемых условиях залегания поверхностей ослабления и физико-механических характеристик в общем случае предусматриваются две схемы расчета анизотропных откосов и, в частности, отвалов на слабом контакте, показанных цифрами 1 и 2 на рис. 2. Согласно исследованиям А. В. Жабко [2, 14, 15], можно выделить три схемы расчета анизотропного откоса с пологопадающей поверхностью ослабления, в нашем случае с пологопадающим контактом (рис. 2).

Схема 1 подразумевает, что поверхность скольжения полностью совпадает с поверхностью ослабления или контактом отвал-основание. Задача абсолютно идентична задаче по определению предельных параметров анизотропного откоса в случае падения напластования в выработку под углом  $\beta > \varphi'$ .

Поместим начало прямоугольной системы координат в точку выхода поверхности ослабления (рис. 3) в откос и используем геометрические соотношения для высоты трещины отрыва и ширины призмы смещения [2, 14, 15]:

$$h' = \frac{C'}{\gamma} \cdot \frac{1 + \text{tg}^2 \beta}{\text{tg} \beta - \text{tg} \varphi'} = \frac{C'}{\gamma} \cdot \frac{\cos \varphi'}{\cos \beta \sin(\beta - \varphi')}, \quad a = \frac{H(1 - \text{tg} \beta \text{ctg} \alpha) - h'}{\text{tg} \beta},$$

где  $h'$  – высота трещины отрыва;  $a$  – ширина призмы обрушения;  $H$  – высота откоса.

Условие равновесия призмы смещения будет иметь вид [2, 14, 15]:

$$\int_0^{H \text{ctg} \alpha} [\gamma(kx - \text{tg} \beta x)(\text{tg} \beta - f') - C'(1 + \text{tg}^2 \beta)] dx + \int_{H \text{ctg} \alpha}^{H \text{ctg} \alpha + a} [\gamma(H - \text{tg} \beta x)(\text{tg} \beta - f') - C'(1 + \text{tg}^2 \beta)] dx = 0.$$

Отсюда предельная высота откоса выразится зависимостью [2, 14, 15]:

$$H = h' \frac{\text{tg} \alpha + \sqrt{\text{tg} \alpha \text{tg} \beta}}{\text{tg} \alpha - \text{tg} \beta} = \frac{h'}{1 - \sqrt{\text{ctg} \alpha \text{tg} \beta}}. \tag{2}$$

Формула (2) рекомендуется «Правилами обеспечения устойчивости откосов» [1] для определения предельной высоты уступа или небольшого по высоте участка борта и получена из условий геометрической статики. Однако, как показано ранее, она является следствием наиболее общего условия равновесия.

Очевидно, что данная схема расчета, как и схема формирования поверхности скольжения, может быть справедлива только в случае очень прочных сдвиговых характеристик пород в призме смещения.

С использованием зависимости (2) построены графики, определяющие предельные параметры отвалов (рис. 4–6).

Очевидным недостатком данной расчетной схемы является нарушение общего принципа формирования поверхности скольжения в откосе, а именно рост обобщенной силы (потенциала) по мере увеличения ординаты поверхности скольжения. Другими словами, каждый вышележащий отсек или блок в призме смещения должен быть менее устойчив, т. е. «верхний давит на нижний». Под откосом (рис. 3) это правило выполняется, однако при переходе поверхности ослабления с участка откоса под горизонтальную площадку оно нарушается. Правила [1] рекомендуют использовать

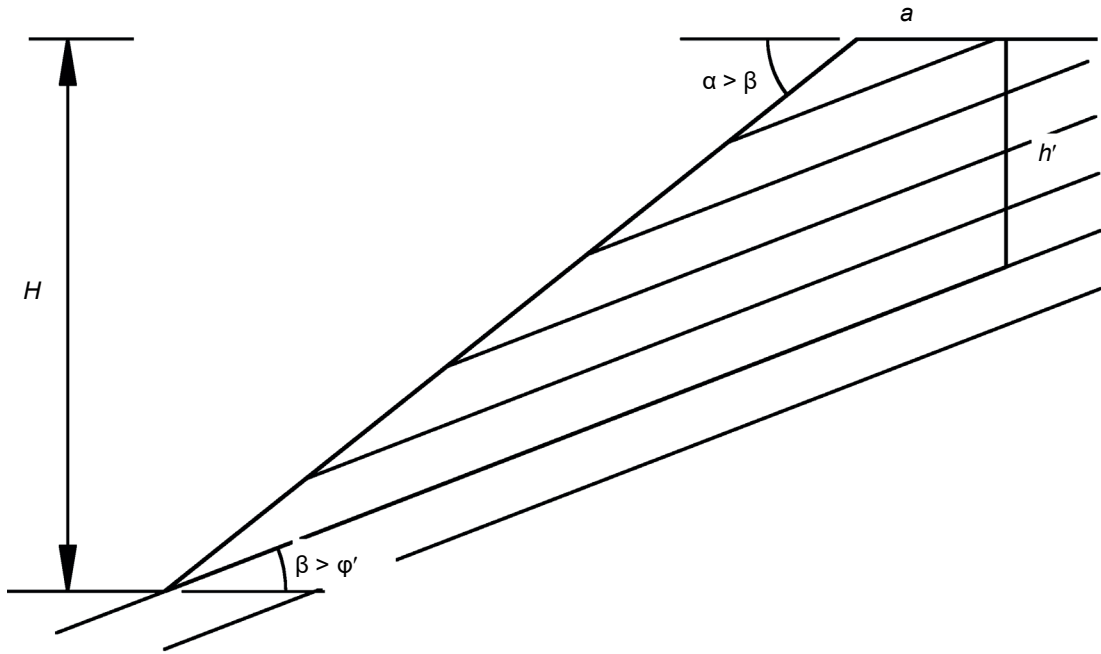


Рисунок 3. Схема к расчету предельных параметров анизотропного откоса.  
 Figure 3. Scheme for calculating the limiting parameters of an anisotropic slope.

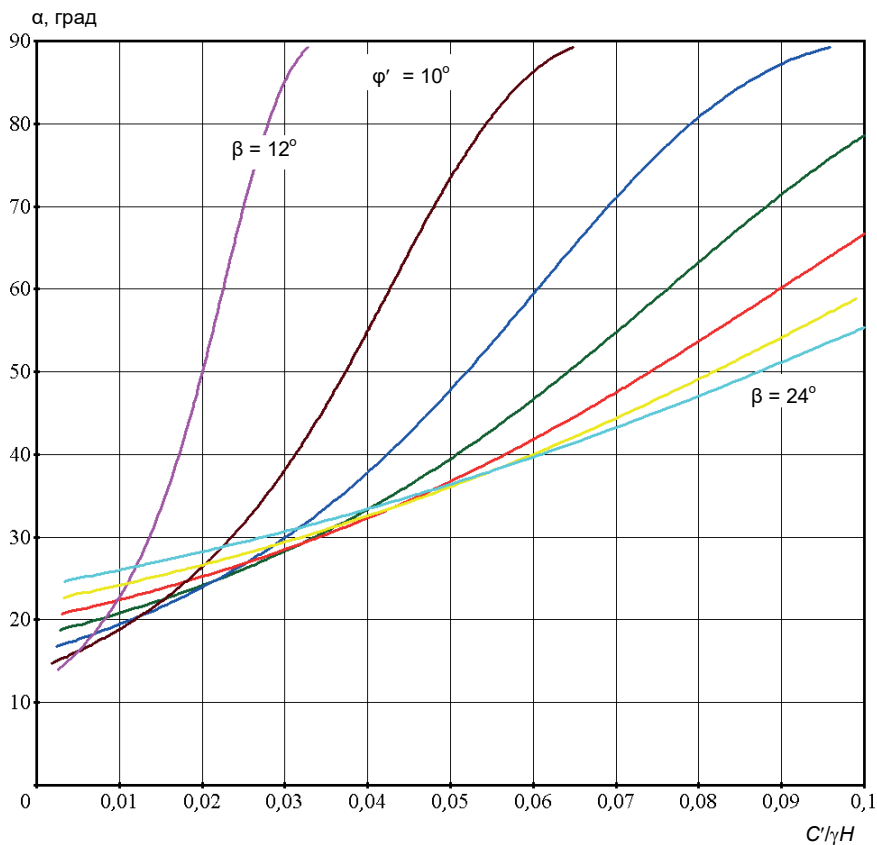


Рисунок 4. Графики для определения предельных параметров овалов в случае, когда поверхность скольжения полностью совпадает с контактом отвал–основание ( $\phi' = 10^\circ$ ).  
 Figure 4. Graphs for determining the limiting parameters of dumps in the case when sliding surface completely coincides with Dump--foundation interface contact ( $\phi' = 10^\circ$ ).

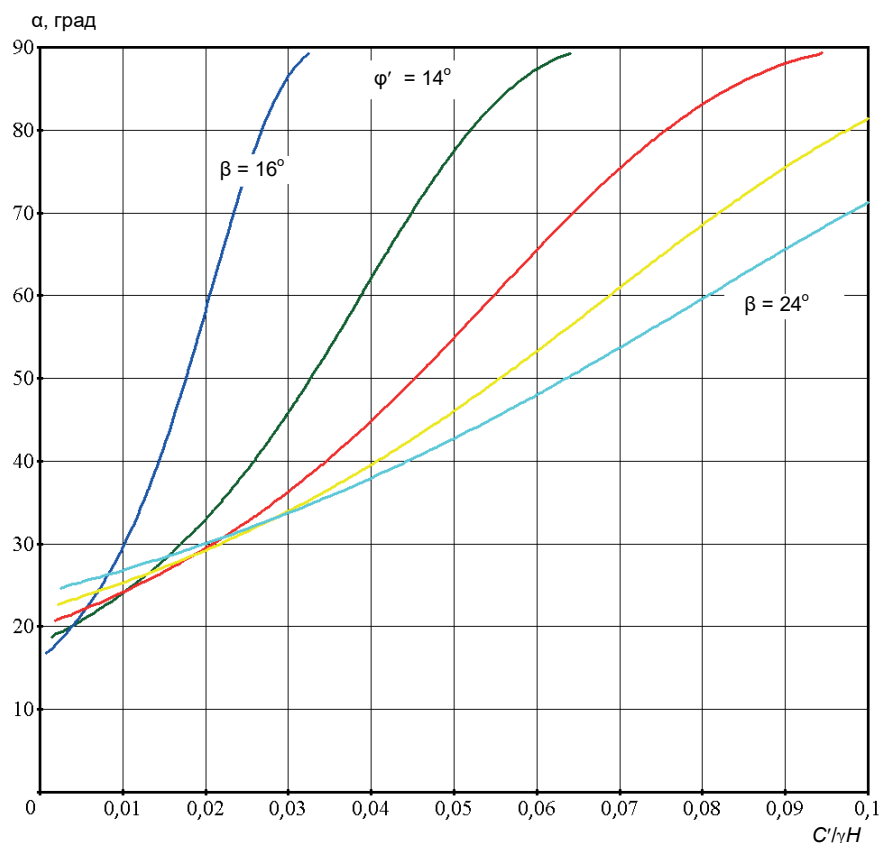


Рисунок 5. Графики для определения предельных параметров овалов в случае, когда поверхность скольжения полностью совпадает с контактом *отвал–основание* ( $\varphi' = 14^\circ$ ).

Figure 5. Graphs for determining the limiting parameters of dums in the case when sliding surface completely coincides with *Dump–foundation* interface contact ( $\varphi' = 14^\circ$ ).

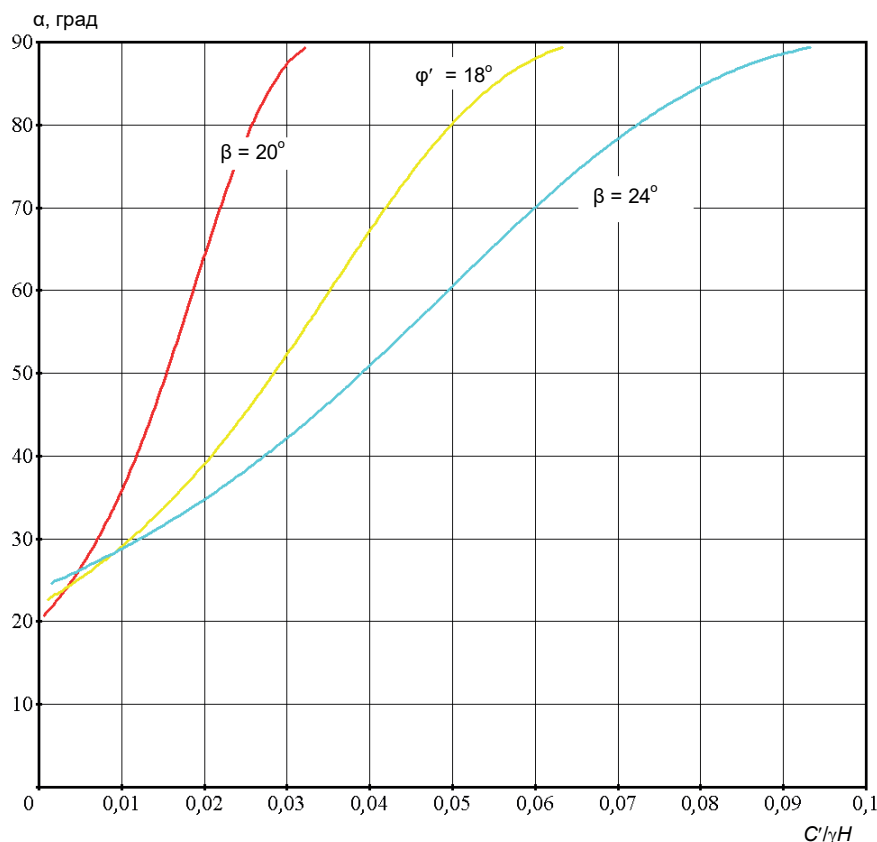


Рисунок 6. Графики для определения предельных параметров овалов в случае, когда поверхность скольжения полностью совпадает с контактом *отвал–основание* ( $\varphi' = 18^\circ$ ).

Figure 6. Graphs for determining the limiting parameters of dums in the case when sliding surface completely coincides with *Dump–foundation* interface contact ( $\varphi' = 18^\circ$ ).

формулу (2) для небольших по высоте участков бортов, впрочем, более конкретных условий применения не дается.

Схема 2 (рис. 2) является наиболее общей схемой расчета анизотропного откоса или отвала на слабом наклонном контакте (подошвенные оползни).

Как уже отмечалось, основной сложностью реализации данной схемы является установление формы поверхности скольжения, точек ее выхода на поверхность и точек преломления поверхности скольжения, а также значений углов преломления. В нормативном документе [1] фактически не регламентируется порядок действий для отыскания указанных параметров. Потенциальную поверхность скольжения рекомендуется находить подбором (3–4 поверхности скольжения) [1]. Очевидно, что нет никакой уверенности, что используемые в расчете поверхности скольжения окажутся наиболее слабыми, а соответственно и предельные параметры, установленные подобным расчетом, будут завышены.

В работах [2, 14, 15] устранены имеющиеся недостатки в методиках расчета по данной расчетной схеме.

Кратко рассмотрим пример расчета анизотропного откоса с использованием методики [2, 14, 15]. Определим предельную высоту отвала  $H$ , отсыпаемого на наклонное основание  $\beta = 20^\circ$ . Физико-механические характеристики пород и поверхности ослабления следующие:  $\gamma = 2 \text{ т/м}^3$ ;  $C' = 2 \text{ т/м}^2$ ;  $C = 2 \text{ т/м}^2$ ;  $\varphi' = 15^\circ$ ;  $\varphi = 20^\circ$ , угол откоса  $\alpha = 30^\circ$ .

Если в точке преломления поверхности скольжения угол ее наклона превышает угол внутреннего трения отвальных масс и точка преломления находится под откосом, тогда ее форма описывается уравнениями:

$$kx - y_2 = d \frac{(1 + y_2'^2)^2}{2y_2'^3 - (k + 3f)y_2'^2 + 2kfy_2' + k - f} \equiv d\eta_2(p), \quad y_2' > \text{tg } \varphi, \text{ откос;}$$

$$(H - y_3) = \frac{C(y_3'^2 - 1)}{\gamma \text{tg } \varphi}, \text{ берма.}$$

Производную поверхности скольжения со стороны бермы, определяем из условия равенства ординат и экстремального условия:

$$d \frac{(1 + s^2)^2}{2s^3 - (k + 3f)s^2 + 2kfs + k - f} = \frac{C(t^2 - 1)}{\gamma f} = b;$$

$$b \frac{(1 + s^2) - 2s(s - f)}{(1 + s^2)^2} = b - \frac{2C}{\gamma} t.$$

Условие в точке стыка криволинейного участка и контакта имеет вид:

$$\frac{\text{tg } \psi - \text{tg } \varphi}{1 + \text{tg}^2 \psi} + (\text{tg } \beta - \text{tg } \psi) \frac{1 + 2 \text{tg } \varphi \text{tg } \psi - \text{tg}^2 \psi}{(1 + \text{tg}^2 \psi)^2} - (\text{tg } \beta - \text{tg } \varphi') = \frac{\lambda - \frac{C'}{\gamma} (1 + \text{tg}^2 \beta)}{h}.$$

Глубина точки излома определяется уравнениями:

$$h = d \frac{(1 + \text{tg}^2 \psi)^2}{2 \text{tg}^3 \psi - (k + 3f) \text{tg}^2 \psi + 2kf \text{tg } \psi + k - f};$$

$$h = kx_0 - \text{tg } \beta x_0.$$

Абсцисса точки излома:

$$\frac{H}{k} - \int_{\text{tg } \psi}^s \frac{d\eta_2'(p)}{k - p} dp = x_0.$$

где  $\eta_2'(p)$  – производная функции по параметру  $p$ .

Система уравнений для определения  $d$  и  $H$ :

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_0^{x_0} \left[ \gamma(kx - \text{tg} \beta x)(\text{tg} \beta - \text{tg} \varphi') - C'(1 + \text{tg}^2 \beta) \right] dx + \int_{\text{tg} \psi}^s \left[ \frac{p-f}{1+p^2} d\gamma \eta_2(p) - C \right] \frac{d\eta_2'(p)}{k-p} dp + \\ & + \frac{2C^2}{\gamma f} \int_{\text{tg}\left(\frac{\pi+\varphi}{4}\right)}^t \left[ \frac{(p^2-1)(p-f)}{f} - (1+p^2) \right] dp = 0, \\ & \text{tg} \beta x_0 + \int_{\text{tg} \psi}^s \frac{d\eta_2'(p)}{k-p} p dp + \frac{2C}{\gamma f} \int_{\text{tg}\left(\frac{\pi+\varphi}{4}\right)}^t p dp + \frac{2C}{\gamma} \text{tg}\left(\frac{\pi+\varphi}{4}\right) = H. \end{aligned} \right.$$

Данных уравнений достаточно для определения всех неизвестных. По результатам численного решения системы уравнений получим следующие значения геометрических параметров откоса и поверхности скольжения:

$$\left\{ \lambda, s \ t \ d \ h \ x_0 \ \text{tg} \ \psi \ b \ H \right\}^T = \left\{ 0,565 \ 0,537 \ 2,553 \ 2,442 \ 14,523 \ 31,950 \ 0,465 \ 15,164 \ 23,386 \right\}^T .$$

На рис. 7 показаны поверхность скольжения и предельные параметры отвала на слабом наклонном контакте при наличии криволинейного участка поверхности скольжения под откосом. В противоположность первой схеме расчета схема 2 будет реализовываться в случае невысокой сдвиговой прочности отвальной массы, в противном случае криволинейная часть поверхности скольжения будет либо незначительной, либо отсутствовать вовсе.

Схема 3 (рис. 2) подразумевает отсутствие криволинейной части поверхности скольжения под откосом. Предельные параметры отвала для третьей схемы определяются из системы уравнений [2, 14, 15]:

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_0^{H \text{ctg} \alpha} \left[ \gamma(\text{tg} \alpha x - \text{tg} \beta x)(\text{tg} \beta - \text{tg} \varphi') - C'(1 + \text{tg}^2 \beta) \right] dx + \frac{2C^2}{\gamma f^2} \int_{\text{tg}\left(\frac{\pi+\varphi}{4}\right)}^{\sqrt{1+\frac{f\gamma h_1}{C}}} (p^3 - 2fp^2 - p) dp = 0; \\ & \text{tg} \beta H \text{ctg} \alpha + h_1 = H, \end{aligned} \right.$$

где  $h_1$  – высота в точке стыка откоса и бермы.

Отметим, что использование описанного математического аппарата позволяет устранить недостатки существующих методик расчета анизотропных откосов [1, 3] в части отыскания наиболее слабых поверхностей скольжения, углов их излома, точек выхода и преломления поверхности скольжения.

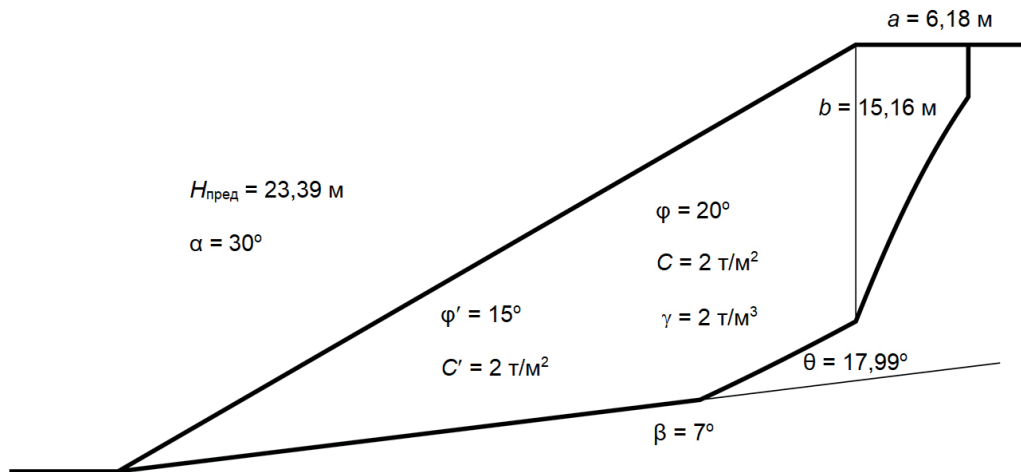


Рисунок 7. Поверхность скольжения в отвале на слабом наклонном контакте при наличии криволинейного участка под откосом. Figure 7. Sliding surface in the dump on weak gently dipping interface in the presence of a curved section.

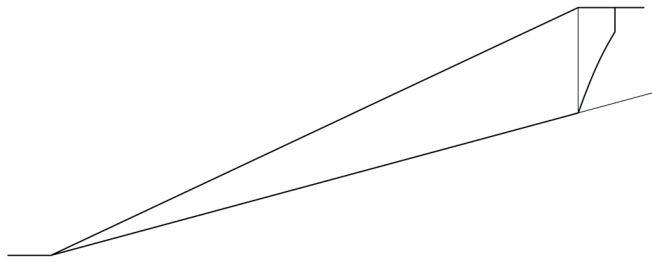


Рисунок 8. Предельная поверхность скольжения в отвале,  $\alpha = 25^\circ$ ;  $\beta = 15^\circ$ .  
Figure 8. Boundary sliding surface of the dump,  $\alpha = 25^\circ$ ;  $\beta = 15^\circ$ .

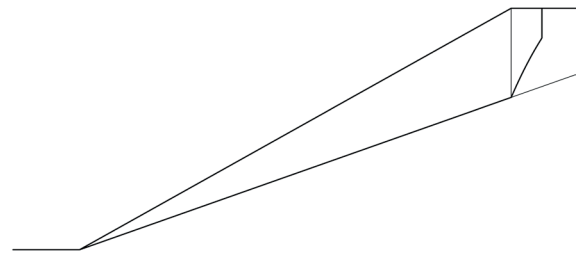


Рисунок 9. Предельная поверхность скольжения в отвале,  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\beta = 20^\circ$ .  
Figure 9. Boundary sliding surface of the dump,  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\beta = 20^\circ$ .

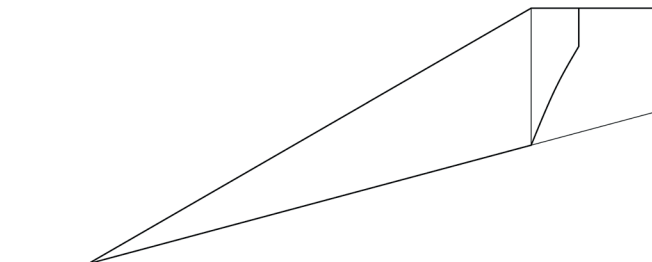


Рисунок 10. Предельная поверхность скольжения в отвале,  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\beta = 15^\circ$ .  
Figure 10. Boundary sliding surface of the dump,  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\beta = 15^\circ$ .

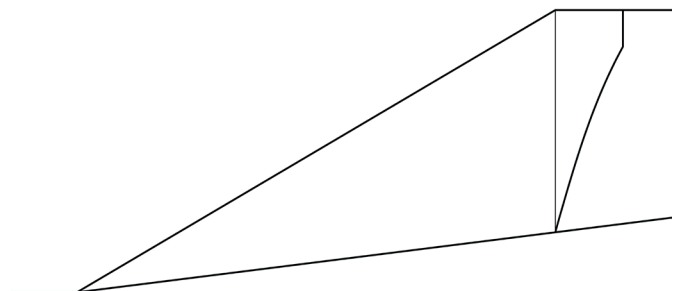


Рисунок 11. Предельная поверхность скольжения в отвале,  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\beta = 7^\circ$ .  
Figure 11. Boundary sliding surface of the dump,  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\beta = 7^\circ$ .

На рис. 8–11 изображены предельные поверхности скольжения для случая отсутствия криволинейного участка под откосом (схема 3).

Проведенные расчеты по различным схемам контактного нарушения устойчивости показывают, что для отвалов на слабом наклонном контакте поверхность скольжения не имеет криволинейной части под откосом (рис. 8–11). Другими словами, поверхность скольжения не имеет точек излома под откосом с переходом от поверхности контакта (поверхности ослабления) на криволинейную (вогнутую) часть поверхности скольжения, как это показано на рис. 7. То есть предельные параметры отвалов, полученные по схеме 3 меньше, чем по схемам 1 и 2. По крайней мере, для наиболее распространенных значений показателей физико-механических свойств отвалов и контактов обратного не установлено. Достаточно близкий результат получен для условий рис. 7, но и в этом случае расчет по схеме 3 прогнозирует предельную высоту отвала, равную 22,68 м.

На рис. 12 приведено сравнение номограмм устойчивости отвалов на слабом наклонном контакте по результатам исследований ВНИМИ и по предлагаемой схеме 3. Как следует из рис. 12, предлагаемые номограммы и номограммы ВНИМИ имеют как качественное, так и количественное расхождение. Согласно предлагаемым графикам, при росте угла падения контакта растет, хоть и незначительно, предельная высота отвала (имеется минимум высоты), согласно данным ВНИМИ, предельная высота снижается, причем достаточно существенно. Количественно номограммы ВНИМИ завышают предельную высоту отвала до 4 раз – 400 %.

На рис. 13 в качестве примера приведены предельные поверхности скольжения в отвале с углом падения контакта  $\beta = 7^\circ$  при наличии и отсутствии криволинейной части поверхности скольжения под откосом. При этом предельная высота в первом случае составляет 106,2 м, а во втором – 26,8 м, т. е. практически разница составляет 400 %.

Причиной столь существенных расхождений в предельных параметрах отвала является наличие криволинейного участка под откосом, но самое главное, что подсчет баланса сил в пределах призмы активного давления, в том числе под верхней бермой (в верхней части призмы смещения), согласно [1], осуществляется с использованием критериев устойчивости с переоцененным вкладом касательной межблоковой реакции – способ многоугольника сил. Последнее, в свою очередь, предопределяет появление криволинейного участка под откосом. При более обоснованном подходе данный участок «невыгоден» при формировании поверхности скольжения. В связи с этим крайне важно обоснование критерия (функционала, формулы) подсчета сдвигающих и удерживающих сил на том или ином участке поверхности скольжения. В таблице приведены зависимости для подсчета баланса сил для различных участков поверхности скольжения, которые необходимо использовать при оценке устойчивости откосов [2, 14, 15].

Существует мнение, что способ алгебраического сложения сил не учитывает межблоковые реакции, однако функционал (формула) для подсчета удерживающих и сдвигающих сил имеет вид:

$$F_i = \frac{\gamma h_i (\operatorname{tg} \vartheta_i - \operatorname{tg} \varphi) - C(1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i}} \Delta_i. \tag{3}$$



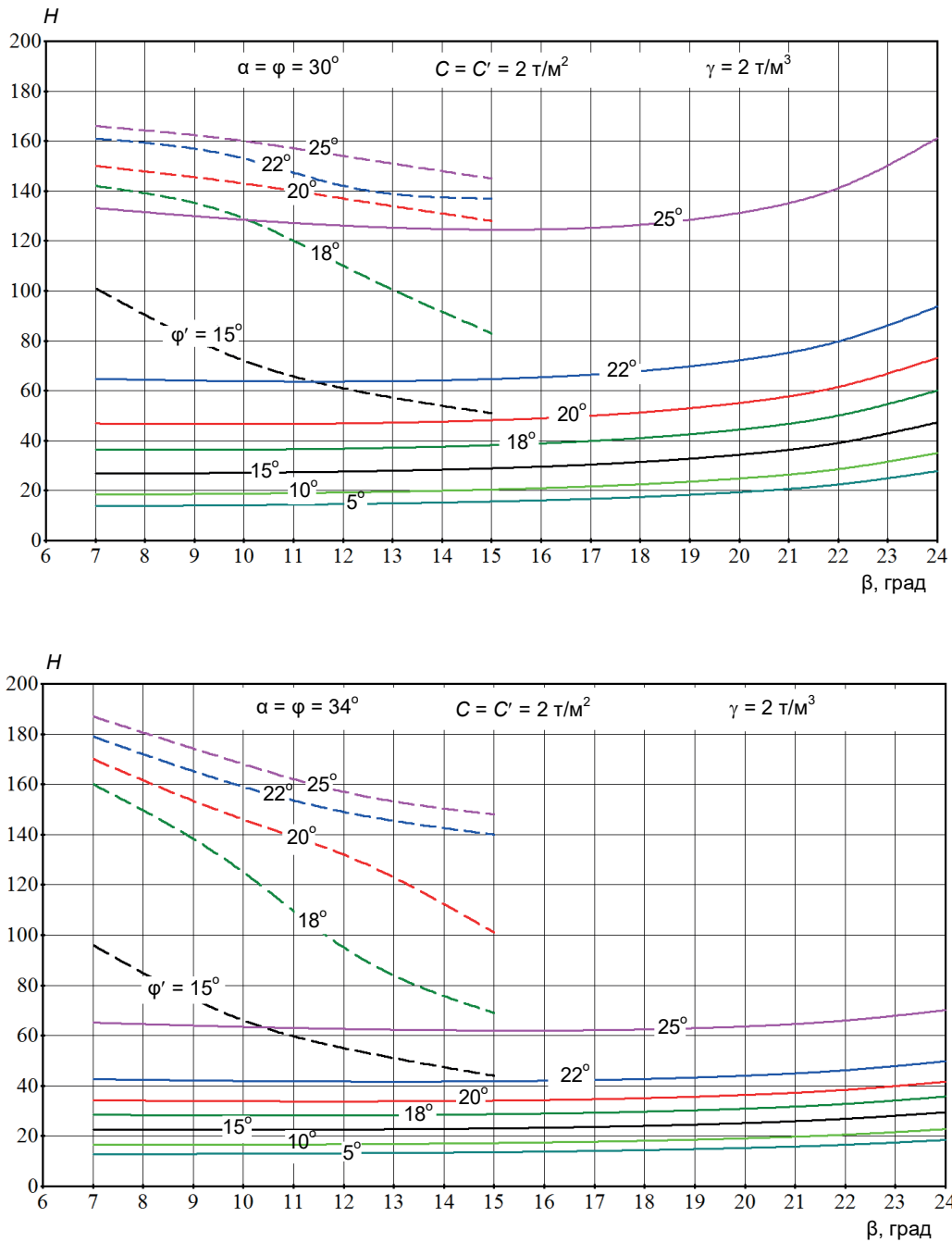


Рисунок 12. Номограммы для определения предельных параметров отвалов. Пунктир – ВНИМИ [1]; сплошные линии – предлагаемая схема (схема 3).  
 Figure 12. Nomograms for determining the limit parameters of dumps. Dotted line – VNIMI [1]; solid lines – the proposed scheme (scheme 3).

Уравнение (3) отличается от зависимостей, приведенных в строках 3 и 4 таблицы, что указывает на повышение устойчивости призмы смещения посредством работы внутренних межблоковых реакций в способе алгебраического сложения сил.

Формула для расчета удерживающих и сдвигающих сил при выполнении предельного кулоновского равновесия по боковым вертикальным граням отсеков (Г. М. Шахунянц – способ многоугольника сил) при горизонтальной поверхности откоса имеет вид:

$$F_i = \frac{\gamma h_i (\operatorname{tg} \vartheta_i - \operatorname{tg} \varphi) - C(1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i) - C(\operatorname{tg}^2 \vartheta_i - f \operatorname{tg} \vartheta_i)}{1 + 2f \operatorname{tg} \vartheta_i - f^2} \Delta_i. \tag{4}$$

Таким образом, используя формулу (3) или (4) при расчете сдвигающих и удерживающих сил в призме активного давления откоса на слабом наклонном контакте вместо формулы в таблице (строка 3), мы сильно снижаем сдвигающие

**Формулы расчета сил вдоль поверхности скольжения и условия их применения.  
Formulas for calculating forces along the sliding surface and conditions for their application.**

Описание участка	Условия применения расчета сил	Формула расчета сил в отсеке	Примечание
1 Нижняя часть поверхности скольжения в однородном отсеке; нижняя часть поверхности скольжения при подподошвенных оползнях или выпоре основания сооружения	$\vartheta_i \leq \varphi$	$F_i = \frac{\gamma h_i (\operatorname{tg} \vartheta_i - \operatorname{tg} \varphi) - C (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i)}{1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \vartheta_i} \Delta_i$	Межблоковая реакция горизонтальная, наиболее слабая поверхность скольжения вогнутая
2 Центральная (средняя) часть поверхности скольжения в однородном отсеке; отдельные части поверхности скольжения в литологических слоях неоднородных откосов	$\varphi \leq \vartheta_i \leq \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ $\alpha > \varphi$	$F_i = \frac{\gamma h_i (\operatorname{tg} \vartheta_i - \operatorname{tg} \varphi) - C (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i)}{1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i} \Delta_i$	Межблоковая реакция отклонена от горизонта на угол $\vartheta_i - \varphi$ , что обеспечивает минимум ее работы на перемещении отсека, наиболее слабая поверхность скольжения вогнутая
3 Верхняя часть поверхности скольжения в однородном отсеке (расположена под верхней бермой)	$\vartheta_i \geq \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$	$F_i = \left[ \gamma h_i (\operatorname{tg} \vartheta_i - \operatorname{tg} \varphi) - C (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i) \right] \Delta_i$	Межблоковые реакции отсутствуют, наиболее слабая поверхность скольжения выпуклая
4 Поверхности ослабления любой формы; predetermined поверхности (прислоненный откос, террасированное основание отвала и т. д.)	При любых углах наклона основания отсека	$F_i = \left[ \gamma h_i (\operatorname{tg} \vartheta_i - \operatorname{tg} \varphi') - C' (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_i) \right] \Delta_i$	Межблоковые реакции отсутствуют, так как смещение призмы подобно смещению жесткого клина

$\gamma$  – объемный вес пород;  $h_i$  – средняя высота отсека;  $\vartheta_i$  – угол наклона основания отсека;  $\Delta_i$  – ширина отсека;  $C$ ,  $C'$ ,  $\varphi'$  – сцепление и угол внутреннего трения массива соответственно; сцепление и угол трения по поверхности ослабления.

силы, тем самым прогнозируя завышенные параметры отвалов. Может возникнуть и обратная ситуация. Когда поверхность скольжения predetermined (контакт *отвал–основание*, поверхность напластования, тектоническое нарушение), очевидно, что работа внутренних реакций также отсутствует, а призма смещается подобно «жесткому клину». Поэтому для оценки сдвигающих и удерживающих сил необходимо использовать формулу таблицы (строка 4). Использование формулы (3) или (4) резко снизит сумму удерживающих сил в призме упора (контакт *отвал–основание*).

В связи со сказанным крайне важно правильно подобрать функционалы для оценки устойчивости откосов в различных условиях. Для этих целей рекомендуется использовать таблицу [2, 14, 15].

Ранее рассмотрены схемы и методики расчета отвалов без дополнительных нагрузок, что на практике фактически не встречается. В реальности расчет отвалов производится с учетом возможной сейсмической нагрузки от действия массовых взрывов и землетрясений, порового давления на контакте *основание–отвал* и нагрузки от горнотранспортного оборудования (автосамосвалы, экскаваторы, драглайны, бульдозеры и т. д.).

В связи со сказанным расчетные зависимости схем 2 и 3 несколько изменятся. Сделаем достаточно несущественное предположение о том, что сейсмическая нагрузка не повлияет на изменение формы наиболее слабой поверхности скольжения в отсеке, т. е. сейсмическая нагрузка добавит лишь силовой фактор. В результате с учетом [2, 14, 15] будем иметь следующие изменения для схемы 2.

Поверхность скольжения под нагруженной бермой определяется следующим уравнением:

$$(H - y_3) = \frac{C(y_3'^2 - 1)}{\gamma \operatorname{tg} \varphi} - \frac{q}{\gamma},$$

соответственно глубина (высота) в точке стыка откоса и бермы, а также тангенс угла поверхности скольжения со стороны бермы:

$$h_1 = \frac{C(p^2 - 1)}{\gamma \operatorname{tg} \varphi} - \frac{q}{\gamma}; \quad t = \sqrt{1 + \frac{f\gamma(h_1 + q/\gamma)}{C}}.$$

Высота вертикальной трещины отрыва и угол поверхности скольжения в верхней ее точке определяются выражением:

$$H_{90} = \frac{2C}{\gamma} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{q}{\gamma} \geq 0; \quad \omega = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}.$$

Ширина призмы обрушения определится при интегрировании:

$$a = \frac{2C}{f\gamma} \int_{\sqrt{1 + \frac{f\gamma(H_{90} + q/\gamma)}{C}}}^{\sqrt{1 + \frac{f\gamma(h_1 + q/\gamma)}{C}}} dp.$$

В случае, когда  $H_{90} = \frac{2C}{\gamma} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{q}{\gamma} < 0$ , тангенс угла наклона поверхности скольжения в точке пересечения с бермой определяется уравнением:

$$\operatorname{tg} \omega = \sqrt{1 + \frac{fq}{C}}.$$

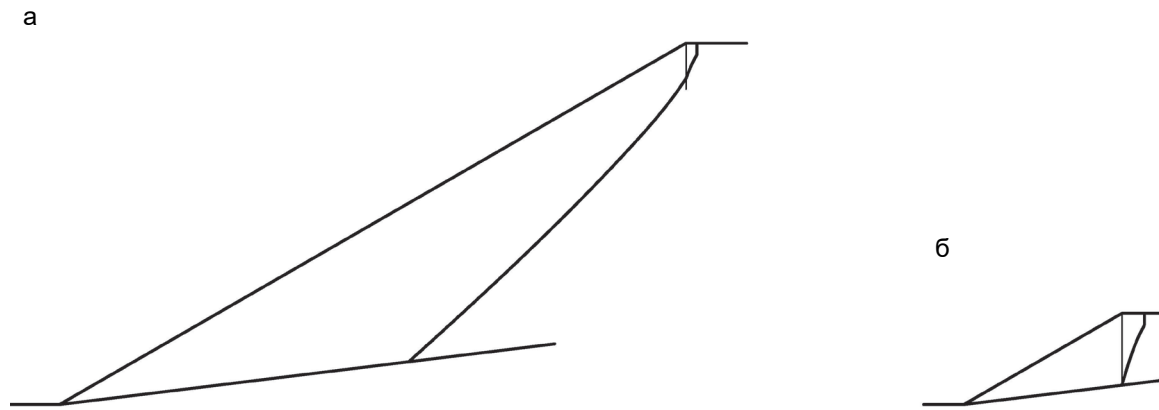
Условие равновесия призмы смещения и геометрическое условие с учетом пригрузки на верхней берме, сейсмической нагрузки и порового давления вдоль контакта *отвал-основание* примет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_0^{x_0} \left[ \gamma (\operatorname{tg} \alpha x - \operatorname{tg} \beta x) \left( \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varphi' + k_c \sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \beta)(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi')} \right) - (C' - \operatorname{tg} \varphi' u) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \right] dx + \\ & + \int_{\operatorname{tg} \psi}^s \left[ \frac{p - f + k_c \sqrt{(1 + p^2)(1 + f^2)}}{1 + p^2} d\eta_2(p) - C \right] \frac{d\eta_2'(p)}{k - p} dp + \\ & + \frac{2C^2}{\gamma f^2} \int_{\sqrt{1 + \frac{f\gamma(H_{90} + q/\gamma)}{C}}}^{\sqrt{1 + \frac{f\gamma(h_1 + q/\gamma)}{C}}} \left[ p^3 - 2fp^2 - p + k_c \sqrt{(1 + p^2)(1 + f^2)} (p^2 - 1) \right] dp = 0; \\ & \operatorname{tg} \beta x_0 + \int_{\operatorname{tg} \psi}^s \frac{d\eta_2'(p)}{k - p} p dp + h_1 = H, \end{aligned} \right.$$

где  $u$  – поровое давление вдоль контакта *отвал-основание* (можно принять средним для всего контакта);  $k_c$  – коэффициент сейсмичности. В случае, когда  $H_{90} = \frac{2C}{\gamma} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{q}{\gamma} < 0$ , принимаем в расчет  $H_{90} = 0$ .

Производную поверхности скольжения со стороны бермы определяем из условия равенства ординат:

$$d \frac{(1 + s^2)^2}{2s^3 - (k + 3f)s^2 + 2kfs + k - f} = \frac{C(t^2 - 1)}{\gamma f} - \frac{q}{\gamma} = b.$$



**Рисунок 13. Предельно напряженные поверхности скольжения в отвалах на слабом контакте при наличии криволинейной части поверхности скольжения под откосом (а) и ее отсутствии (б).**  
**Figure 13. Fully stressed sliding surfaces in dumps on weak gently dipping interface in the presence of a curved section of the sliding surface under a slope (a) and its absence (b).**

Условие, требующее экстремальности в точке стыка, будет иметь вид:

$$b \frac{(1 + s^2) - 2s(s - f)}{(1 + s^2)^2} = b + \frac{q}{\gamma} - \frac{2C}{\gamma} t.$$

Остальные уравнения для построения поверхности скольжения и определения предельных параметров откоса отвала остаются теми же (см. ранее).

Предельные параметры отвала для схемы 3 определяются из системы уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_0^{H \operatorname{ctg} \alpha} \left[ \gamma (\operatorname{tg} \alpha x - \operatorname{tg} \beta x) (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \varphi' + k_c \sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \beta)(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi')}) - (C' - \operatorname{tg} \varphi' u)(1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \right] dx + \\ & + \frac{2C^2}{\gamma f^2} \int_{\frac{\sqrt{f\gamma(H_{90} + q/\gamma)}}{C}}^{\frac{\sqrt{f\gamma(h_1 + q/\gamma)}}{C}} (p^3 - 2fp^2 - p + k_c \sqrt{(1 + p^2)(1 + f^2)}(p^2 - 1)) dp = 0; \\ & \operatorname{tg} \beta H \operatorname{ctg} \alpha + h_1 = H. \end{aligned} \right.$$

В заключение отметим, что результаты проведенных исследований (предложенные схемы и методики расчета устойчивости) будут в целом справедливы и для расчета бортов карьеров и разрезов с пологопадающими поверхностями ослабления. Условия применения конкретной схемы расчета устойчивости бортов с пологопадающими поверхностями ослабления нуждаются в уточнении в зависимости от соотношений влияющих параметров.

**Результаты исследования, их анализ и рекомендации к применению**

Таким образом, по результатам ранее выполненных исследований предложена новая схема расчета устойчивости отвала при его разрушении по слабому контакту, подразумевающая отсутствие криволинейного участка поверхности скольжения под откосом и выпуклую форму поверхности скольжения под бермой. Такая схема расчета прогнозирует значительно меньшие значения предельных параметров отвалов в отличие от существующей [1, 3]. То есть использование предлагаемой схемы позволит предупредить разрушения отвалов подошвенными оползнями и повысить экономическую эффективность работы предприятий.

В связи с тем, что установлено достаточно большое завышение предельных параметров отвалов на слабом контакте, регламентированных действующим нормативным документом [1], рекомендуется произвести пересмотр данных параметров для проектируемых и эксплуатируемых отвалов, используя предлагаемые схемы расчета их устойчивости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Правила обеспечения устойчивости откосов на угольных разрезах. СПб.: ВНИМИ, 1998. 208 с.
2. Жабко А. В. Аналитическая геомеханика. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. 224 с.
3. Правила обеспечения устойчивости бортов и уступов карьеров, разрезов и откосов отвалов: федер. нормы и правила в области промышленной безопасности (ФНП). Москва.: Ростехнадзор, 2020. 68 с.
4. Методические указания по расчету устойчивости и несущей способности отвалов. Л.: ВНИМИ, 1987. 126 с.
5. Бахаева С. П., Заборина Е. Н. Прогноз устойчивости породных отвалов на угольных разрезах. Новосибирск: Наука, 2015. 140 с.
6. Шпаков П. С., Юнаков Ю. Л. Устойчивость отвалов на месторождении «Эльдорадо» // ГИАБ. 2018. № 6. С. 69–79.
7. Гальперин А. М., Кутепов Ю. И., Еремин Г. М. Методы определения параметров отвалов и технологии отвалообразования на склонах. М.: Горная книга, 2012. 104 с.
8. Slope Stability Reference Guide for National Forests in the United States / ed. David E. Hall, Michael T. Long, Michael D. Remboldt. Washington, DC: United States Department Agriculture, Engineering Staff, August 1994. Vol. II. 408 p.
9. Slope Stability. Department of the Army. Washington, DC: U.S. Army Corps of Engineers, 2003, 31 October.
10. Abramson L. W., Lee T. S., Sharma S. S., Boyse G. M. Slope Stability and stabilization methods. N. Y., 2002. 736 p.
11. Guidelines for open pit slope design / ed. J. Read, P. Stacey. Melbourne: CSIRO, 2009. 510 p.
12. Hoek E., Carter T., Diederichs M. Quantification of the Geological Strength Index Chart // 47<sup>th</sup> US Rock Mechanics: Geomechanics Symposium held, San Francisco, CA, USA, June 23–26, 2013. 9 p.
13. Шустер Р., Кризек Р. Оползни. Исследование и укрепление // Перевод с английского А.А. Варги, Р.Р. Тизделя / Москва, 1981. 368 с.
14. Жабко А. В. Теория расчета устойчивости откосов и оснований. Устойчивость отвалов // Изв. УГГУ. 2016. № 3(43). С. 4–6.
15. Жабко А. В. Исследование закономерностей процесса дезинтеграции горных пород на основе теории устойчивости откосов горнотехнических сооружений: дис. ... д-ра техн. наук. Екатеринбург, 2019. 331 с.

*Статья поступила в редакцию 31 января 2021 года*

# Calculating of dumps stability laying on weak gently dipping interface

Andrey Viktorovich ZHABKO<sup>1\*</sup>,  
Natal'ya Viktorovna VOLKOMOROVA<sup>2\*\*</sup>,  
Natal'ya Mikhailovna ZHABKO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia

<sup>2</sup>PJSC "Rosneft", Nyagan, KhMAO – Yugra, Russia

## Abstract

**Relevance of the research.** Stable parameters of dumps are critical in mining operations ensuring their safety and economic efficiency. This problem is particularly acute for mining enterprises engaged in surface mining and for coal open pit mines, in particular. One of the main problems of this issue is related to the substantiation of rigorous methods for assessing stability and determining the limiting parameters of external and internal dumps filling an embankment on weak gently dipping interface. In the technical and regulatory literature, this issue has been considered for a long time. However, there are no specific recommendations for finding the most dangerous sliding surfaces on slopes, as well as methods for calculating shearing and restraining forces along these surfaces. All the signs are that the reason for the stability loss of operated dumps is the absence of theoretically substantiated design schemes, respectively, there are errors in the design of dumping.

**Purpose of the work** is to develop reliable methods for calculating the limiting parameters of dumps on weak gently dipping interface.

**The main idea of the work** is to apply a new, not previously used scheme for calculating the stability of dumps on weak gently dipping interface.

**Research methods.** The work deals with the apparatus of flow mechanics and more specifically, the rigid-plastic model (the method of limit equilibrium), and the variational, integral and differential branches of calculus act as a mathematical apparatus.

**Results and conclusions.** Based on the results of previous studies, a new scheme for calculating the stability of the dump during its destruction along weak interface was proposed, which implies the absence of a curved section of the sliding surface under the slope and the convex shape of the sliding surface under the berm. In contrast to the existing calculation schemes, such a calculation scheme predicts significantly lower values of the critical parameters of dumps. It means that the use of the proposed scheme will prevent the destruction of dumps by landslides along the dump-basement interface and increase the economic efficiency of enterprises. Because a sufficiently large overestimation of the critical parameters of dumps at weak interface limited by current regulatory documents has been determined, it is recommended to revise these parameters for the designed and operated dumps using the proposed schemes for calculating their stability.

**Keywords:** dump, foundation, weak interface, sliding surface, torsion angle, shearing and restraining forces, bottom landslide, dump height, dump limit parameters, stability nomograms, seismic load, pore pressure, mining equipment pressure.

## REFERENCES

- 1998, *Pravila obespecheniya ustoychivosti otkosov na ugol'nykh razrezakh* [Rules for ensuring the stability of slopes in coal mines], St. Petersburg, 208 p.
- Zhabko A. V. 2016, *Analiticheskaya geomekhanika* [Analytical geomechanics]. Ekaterinburg, 224 p.
- 2020, Rules for ensuring the stability of the sides and ledges of open pits, sections and slopes of dumps: federal rules and regulations in the field of industrial safety. Moscow, 68 p.
- 1987, Guidelines for calculating the stability and bearing capacity of dumps. 126 p.
- Bakhaeva S. P., Zavornina E. N. 2015, *Prognoz ustoychivosti porodnykh otvalov na ugol'nykh razrezakh* [Prediction of the stability of waste dumps in coal mines]. Novosibirsk, 140 p.
- Shpakov P. S., Yunakov Yu. L. 2018, Dump stability at the Eldorado deposit. *Gorniy informatsionno-analiticheskiy byulleten'* [Mining informational and analytical bulletin], no. 6, pp. 69–79. (In Russ.)
- Galperin A. M., Kutepov Yu. I., Eremin G. M. 2012, *Metody opredeleniya parametrov otvalov i tekhnologii otvaloobrazovaniya na sklonakh* [Methods for determining the parameters of dumps and technologies for dumping on slopes]. Moscow, 104 p.
- 1994, Slope Stability Reference Guide for National Forests in the United States. Ed. David E. Hall, Michael T. Long, Michael D. Remboldt. Washington, DC: United States Department Agriculture, Engineering Staff, August, vol. II, 408 p.
- Slope Stability. Department of the Army. Washington, DC: U.S. Army Corps of Engineers, 2003, 31 October.
- Abramson L. W., Lee T. S., Sharma S. S., Boyse G. M. 2002, Slope Stability and stabilization methods. N. Y., 736 p.
- 2009, Guidelines for open pit slope design. Ed. J. Read, P. Stacey. Melbourne: CSIRO, 510 p.

\*zhabkoav@mail.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-3081-9522>

\*\*nvolkomorova1985@mail.ru

12. Hoek E., Carter T., Diederichs M. 2013, Quantification of the Geological Strength Index Chart. 47<sup>th</sup> US Rock Mechanics: Geomechanics Symposium held, San Francisco, CA, USA, June 23—26, 9 p.
13. Shuster R., Krizek R. 1981, Landslides. Analysis and Control. Moscow, 368 p.
14. Zhabko A. V. 2016, Theory of calculation of slopes and grounds stability. Slopes stability. *Izvestiya Ural'skogo gosudarstvennogo gornogo universiteta* [News of the Ural State Mining University], No. 3 (43), pp. 4—6. (In Russ.)
15. Zhabko A. V. 2019, *Issledovaniye zakonomernostey protsessa dezintegratsii gornykh porod na osnove teorii ustoychivosti otkosov gornotekhnicheskikh sooruzheniy* [Study of the regularities of the process of rocks disintegration on the basis of the theory of stability of slopes of mining facilities], PhD thesis, Ekaterinburg, 331 p.

*The article was received on January 31, 2021*